

УДК 532.526:532.24

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБЛЕДЕНЕНИЯ ЦИЛИНДРА И ПРОФИЛЯ.
ОБЗОР МОДЕЛЕЙ И РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ***С. В. АЛЕКСЕЕНКО, А. А. ПРИХОДЬКО*

Проанализированы основные модели и методы исследования процессов обледенения аэродинамических поверхностей, соответствующие метеорологические параметры, типы облаков, виды льда. Рассмотрены методики расчета нарастания льда в характерных летных условиях. Для описания выпадения влаги на обтекаемую поверхность использованы модель взаимопроникающих сред и инерционная модель осаждения капель. Представлены результаты расчета обледенения цилиндра и профиля при обтекании вязким сжимаемым воздушно-капельным потоком с учетом формы существования влаги на профиле и режима нарастания льда.

Ключевые слова: воздушно-капельный поток, выпадение влаги на обтекаемую поверхность, нарастание льда, обледенение аэродинамических поверхностей.

ВВЕДЕНИЕ

Обледенение самолетов в полете — всемирно признанная серьезная проблема безопасности [1—5]. В определенных летных условиях переохлажденные капли воды, содержащиеся в облаках, могут замерзнуть, попадая на носовую часть фюзеляжа, крылья, элементы оперения, детали авиационных двигателей. При этом образующийся ледяной слой изменяет структуру течения, уменьшает подъемную силу крыла, негативным образом сказывается на эффективности системы управления, вызывает потерю тяги, рост турбулентного следа, приводит к увеличению веса. Причем увеличение веса самолета играет вторичную роль по сравнению с негативными эффектами, вызванными изменениями режима обтекания.

Образование льда на поверхностях входного направляющего аппарата компрессора и обечайки мотогондол авиационных двигателей может происходить даже при положительных температурах окружающего воздуха (до +10 °С) вследствие адиабатического расширения воздуха. Такое обледенение очень опасно, поскольку при этом уменьшается площадь межлопаточных каналов и расход воздуха, падает тяга, растет удельный расход топлива. Неравномерность потока на входе в компрессор приводит к неустойчивому режиму его работы, изменению расчетных характеристик на входе в камеру сгорания. Нарастая, ледяная корка под действием аэродинамических сил и вибрации может разрушаться и попадать в двигатель, вызывая повреждение лопаток компрессора и даже вывести двигатель из строя.



АЛЕКСЕЕНКО
Сергей Викторович
кандидат
технических наук,
доцент
Днепропетровского
национального
университета



ПРИХОДЬКО
Александр Анатольевич
доктор физико-
математических наук,
заведующий кафедрой
технической механики
Днепропетровского
национального университета

Несмотря на развитие технологий и предпринимаемые меры, продолжают происходить несчастные случаи, связанные с обледенением. Согласно статистическим данным, опубликованным Управлением гражданской авиации Великобритании (CAP 479) [3], более 50% несчастных случаев происходят из-за обледенения карбюраторов самолетов общей авиации, 25% — вследствие обледенения при взлете и около 30 несчастных случаев — из-за обледенения корпуса самолета.

Разработка противообледенительных систем и определение их эффективности является сложной проблемой. Летные испытания, как базовое средство всех авиационных методов, в данном случае не являются надежным инструментом, поскольку трудно определить заранее местоположение вызывающих обледенение облаков. Кроме того, с учетом опасности ситуации значительно сокращается количество приемлемых условий эксперимента для пилота. Поэтому для понимания различных механизмов образования льда и борьбы с обледенением эффективнее использовать методы моделирования. Однако экспериментальные методы требуют использования дорогостоящего и сложного оборудования — охлаждаемых высокоскоростных аэродинамических труб, оснащенных системой воспроизводства осадков, вызывающих обледенение. Кроме того, эксперименты, проводимые в наземных условиях, не могут точно воспроизвести условия обледенения в полете.

Усовершенствование моделей и методов аэродинамики, увеличение быстродействия и объема памяти ЭВМ создали предпосылки для применения численного моделирования нарастания льда наряду с приближенными методами расчета форм и размеров льдообразований. Естественно, результаты этого моделирования должны использоваться совместно с трубными испытаниями моделей самолета с имитаторами льда, летными испытаниями самолета с имитаторами льда и летными испытаниями самолета в естественных условиях обледенения с целью определения вероятности и оценки опасности обледенения в заданных метеорологических условиях, при расследовании авиационных происшествий, для понимания роли изменения геометрии профиля крыла, а также для оценки эффективности противообледенительных систем.

1. УСЛОВИЯ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ОБЛЕДЕНЕНИЯ

Условия, при которых возникает обледенение, формируются в тропосфере на высотах от 7 км у полюсов до 16 км на экваторе. В ней сосредоточено примерно 0.7 всей массы воздуха [4]. В тропосфере воздух состоит из смеси газов, воды в трех фазах (жидкой, парообразной, кристаллической) и различных примесей (мельчайшей пыли, продуктов горения, спор растений, солей и пр.). В отличие от основного состава воздуха, количество примесей, являющихся ядрами конденсации и кристаллизации воды, существенно изменяется по времени, по высоте и вдоль поверхности земли. Мощные тепловые вертикальные потоки воздуха, непрерывное перемешивание воздушных масс с различными значениями температуры и давления, понижение этих значений с высотой обуславливают также изменение концентрации воды в воздухе, способствуют конденсации водяного пара и формированию облаков, тумана, дождя, снега или града.

1.1. ОСНОВНЫЕ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ ПРИ ОБЛЕДЕНЕНИИ

При определенных условиях вода может находиться в переохлажденном состоянии. Обледенение самолетов и вертолетов в большинстве случаев происходит при полете в среде, содержащей капельки воды при отрицательной температуре окружающего воздуха, в основном в облаках или в условиях переохлажденного дождя.

Основными метеорологическими параметрами, от которых зависит интенсивность обледенения, являются: количество сконденсированной воды, содержащееся в единице объема облака (водность); температура воздуха; размер водяных капель.

Как показывают многочисленные наблюдения, наихудшие условия для возникновения обледенения наблюдаются в диапазоне температур от 0 до -20 °С и в особенности от 0 до -10 °С [4].

Облако представляет собой полидисперсную аэрозоль, в которой содержатся капли различных размеров — от нескольких до десятков микрометров, а при дожде и сотен микрометров. Подобно тому, как средний диаметр капель изменяется в широком диапазоне в тумане, облаке и дожде, так и переохлажденные капли могут иметь сильно различающиеся размеры (от 5 до

75 мкм). Среднеарифметический диаметр переохлажденных капель в слоистых облаках равен 14 мкм, в кучевых облаках 22 мкм [4].

На острых частях обтекаемых элементов, таких как антенны, пропеллеры, лопасти вертолета, скорость образования льда выше, чем на тупых краях. Основной причиной этого является то, что скорость воздуха около тупых и прямолинейных объектов ниже, соответственно давление в этих зонах выше, что, в свою очередь, увеличивает плотность и температуру. Кроме того, острые элементы имеют тонкий пограничный слой, дающий небольшую изоляцию между поверхностью обтекаемого элемента и льдом. Этот принцип также справедлив при рассмотрении тяги пропеллера. Местная скорость также влияет на скорость роста льда, чем выше скорость (в пределах до 130 м/с), тем выше скорость накопления льда. Однако при скоростях выше 130 м/с нагрев, обусловленный поверхностным трением, значительно уменьшает риск обледенения [5] (в этом случае при температуре наружного воздуха выше -4.5°C обледенение вообще не происходит).

1.2. ОБЛЕДЕНЕНИЕ И ТИПЫ ОБЛАКОВ

Кучевые облака состоят преимущественно из переохлажденных капель воды при температурах около -20°C . Только что сформированные части облаков содержат большее количество жидких капель, чем части уже зрелых облаков. Риск обледенения в кучевых облаках высок в диапазоне температур от 0 до -20°C . Обледенение при температурах ниже -20°C маловероятно, поскольку в таких условиях, как правило, происходит спонтанная кристаллизация переохлажденных капель. Вертикальное перемещение в конвективном движении облака изменяет его состав, восходящие потоки могут переносить капли воды вверх, увеличивая их размер, поэтому риск обледенения при полете в кучевых облаках высок в широком диапазоне высот [5].

В *слоистых облаках* преобладают водяные капли с температурой около -15°C . Возникновение слоистых облаков связано с активным фронтом или орографическим подъемом влажного морского потока воздуха, что повышает вероятность обледенения при более низких, чем обычно, температурах. Непрерывное восходящее движение воздуха приводит к большему содержанию жидкости в облаках [5].

Осадки. Капли дождя или изморозь из любого типа облаков вызывают обледенение при контакте с поверхностью, имеющей температуру ниже 0°C . Вероятность обледенения с образованием крупных наростов сложной формы наиболее высока при полете в дожде при околонулевых температурах [5].

Высокие облака. Высокие или перистые облака, которые находятся на высоте около 6000 м состоят из ледяных кристаллов, которые не вызывают замерзаний на поверхности самолета, поэтому риск появления обледенения в таких условиях невысок [5].

Водное содержание облаков. Большее водное содержание облаков, при прочих равных условиях, вызывает большую интенсивность обледенения. Высокий уровень содержания влаги наблюдается в облаках, образованных орографическим и фронтальным подъемом. Дополнительным важным фактором, определяющим содержание влаги, является температура в основании облака. Тот факт, что теплый воздух имеет большее содержание влаги, чем холодный, приводит к тому, что теплое основание облака содержит больше влаги. Таким образом, риск обледенения, вызванного повышенным содержанием влаги, больше летом, чем зимой. Далее, содержание влаги в тропическом облаке больше, чем в полярном, поэтому количество нарастающего льда больше в тропиках, чем в полярных регионах [5].

1.3. ТИПЫ НАЛЕДИ

Лед, появляющийся в полете в условиях обледенения и прочно держащийся на поверхностях самолета, можно условно разделить на рыхлый, гладкий (или стекловидный) и смешанный [5]:

рыхлый лед имеет грубую структуру молочно-белого цвета; он может быть удален (или его образование предотвращено системами антиобледенения);

прозрачный, или стекловидный, лед имеет гладкую поверхность и образуется по контуру обтекаемого профиля; при дальнейшем накоплении могут формироваться гребневидные наросты. Такой лед трудно удалять;

смешанный лед — комбинация рыхлого и гладкого льда.

Рыхлый лед образуется, когда переохлажденные водяные капли замерзают при контакте с поверхностью, температура которой ниже температуры замерзания. Поскольку капли маленькие, количество воды, остающееся после начала замерзания, недостаточно для формирования непрерывного водяного слоя. Результатом такого процесса является смесь крошечных ледяных частиц, образующих довольно ломкую пористую непрозрачную структуру. Рыхлый лед обычно образуется на передних кромках и может изменять аэродинамические характеристики крыла или воздушного потока в заборнике двигателя. Такой лед, как правило, образует наросты «удобообтекаемой» формы. Благодаря низкой плотности и медленной скорости образования рыхлый лед обычно не приводит к существенному увеличению веса. Наиболее часто такой лед появляется при температурах от -10 до -20 °C [3].

Стекловидный лед. Возникновение стекловидного льда наиболее вероятно в среде, содержащей крупные переохлажденные капли воды ($d \geq 20$ мкм) при температурах от 0 до -5 °C. Замерзание отдельной капли на поверхности происходит постепенно: из-за высвобождения скрытой теплоты фазового перехода в процессе замерзания часть поверхностных капель успевает растечься по поверхности перед тем, как замерзнуть. Чем медленнее происходит процесс замерзания, тем поток воды больше. Наибольший поток воды наблюдается при температурах около 0 °C. Результатом такого растекания являются слои твердого стекловидного льда большой плотности, образующегося также и за пределами зоны захвата.

Поверхность такого льда гладкая, но форма, обычно имеющая волнистости и выступы, может быть весьма причудливой из-за того, что отдельные бугорки могут вырастать в крупные «рогообразные» наросты. Стекловидный лед может изменять аэродинамическую форму профиля и нарушать его эффективность. Если большие куски такого льда будут отламываться, они могут повредить корпус самолета или детали двигателя.

Смешанный лед. В облаках обычно встречается смесь капель воды различных размеров, что приводит к смеси стекловидного льда (образованного большими каплями) и рыхлого (образованного маленькими каплями). В чистом виде рыхлый лед встречается в высококучевых облаках, а стекловидный — в низких слоях в дождевых облаках [3].

Иней образуется, когда влажный воздух вступает в контакт с поверхностью, имеющей температуру около нуля. Пары воды превращаются в лед и оседают на поверхность в виде инея. Иней может образовываться на поверхности самолета, когда он находится на земле при температурах ниже нуля с выпадением росы. Иней также может образоваться в полете, когда самолет летит из слоев воздуха с низкой температурой в более теплый влажный воздух — например, при спуске или подъеме через температурную инверсию.

Хотя иней может препятствовать обзору через окно кабины и ухудшить подъемную силу крыла, он не изменяет аэродинамическую форму крыла (в отличие от гладкого льда). Тем не менее, он может разрушать гладкий поток воздуха по крылу, стимулируя возмущение потока по верхней поверхности, что наиболее опасно при взлете [3].

2. МЕТОДИКИ РАСЧЕТА НАРАСТАНИЯ ЛЬДА В ХАРАКТЕРНЫХ УСЛОВИЯХ ПОЛЕТА

В последние годы с целью предсказания формы и оценки воздействия ледяных наростов на аэродинамические характеристики самолетов были разработаны математические модели, описывающие нарастание льда в различных атмосферных условиях.

Коэффициент захвата влаги на примере цилиндра приведен в [6]. При анализе нарастания льда на вращающемся цилиндре в работе [7] выделены сухой и влажный режимы обледенения. Он показал, что интенсивность нарастания льда определяется водностью, температурой и скоростью полета, влияющей на характер стекания воды по профилю. Критическую водность, отделяющую сухой (без жидкой воды на поверхности обледенения) и влажный режимы, называют границей Ludlam. Нарастание льда осуществляется в сухом режиме, когда водность ниже границы Ludlam и температура поверхности ниже температуры затвердевания воды; когда водность превышает эту границу, нарастание происходит во влажном режиме, температура поверхности равна температуре затвердевания воды, излишек воды стекает (или разбрызгивается).

В работе [8] показано, что при определенных условиях некоторое количество воды остается запертым в карманах ледяной матрицы и образует губчатый лед. В [9] получено уравнение

сохранения энергии для квазистационарного состояния на вращающемся цилиндре. Из этого уравнения следует, что нарастание должно проходить в термодинамическом равновесии, когда сумма всех тепловых потоков равна нулю.

В работе [10] рассмотрена термодинамическая модель процесса нарастания льда на неподвижном цилиндре, на который выпадают переохлажденные капли воды. Используя уравнение энергии, основанное на подходе работы [9], в [10] разработана численная модель нарастания льда, дающая возможность предсказать и оценить аэродинамические потери. В модели были учтены смешанный режим нарастания, стекание воды по обтекаемой поверхности, теплопроводность и конвекция внутри пограничного слоя, скрытые теплоты испарения, конденсации влаги и сублимации, теплопроводность льда и цилиндра, скрытая теплота замерзания, аэродинамический нагрев, вызванный адиабатическим сжатием воздуха в пограничном слое, и кинетическая энергия переохлажденных капель, падающих на цилиндр. Результаты разработанной численной модели были сравнены с экспериментальными данными, полученными в [11, 12].

С 1980 г. математические модели постоянно совершенствовались. Различные группы исследователей во всем мире разработали двухмерные модели обледенения крыла в сухих и влажных режимах: LEWICE 2D (США), Wright [13]; ONERA (Франция), Gent [14]; TRAJICE2D (Объединенное Королевство), Guffond и др. [15]; CANICE (Канада, Политехнический институт), Paraschivoiu и др. [16]; CIRA (Италия), Mingione и Brandi [17]; 2DFOIL-ICE (Университет Twente), Dillingh [18].

Большинство этих моделей были усовершенствованы или дорабатываются для моделирования образования льда в трехмерной постановке. Например, FENSAP-ICE 3D, университет MCGILL, Канада, [19]; CANICE описывает движение границы льда на основе метода биссектрис, предложенного в [20].

Последние усовершенствования программных продуктов численного моделирования включают:

- расчет аэродинамического потока, основанный на методе щитов в двухмерной постановке [13—17] или на уравнениях Навье — Стокса в двух- и трехмерных постановках [15, 19];

- анализ траекторий переохлажденных капель, позволяющий определить коэффициент захвата выпадающей влаги на сложных геометрических формах; расчеты обычно основываются на методе Лагранжа [13—17] или на методе Эйлера [19];

- расчет пограничного слоя, с учетом шероховатости поверхности, вызванной присутствием ледяной корки, при расчете коэффициента теплообмена с использованием работы [21]. Расчет шероховатости поверхности основан на эмпирическом соотношении, развитом в [22], а расчет теплообмена основывается также на работе [21];

- определение термодинамики отвердевания, позволяющее рассчитать скорость нарастания льда, работы [9, 10];

- геометрический модуль, который описывает движение границы льда на основе траекторий капель воды в сухом режиме [13—15], или по методу, основанному на определении нормали к поверхности в сухом и влажном режимах [13, 14, 20],

- дискретизация времени [10], для улучшения описания геометрии и повышения точности расчета местных коэффициентов тепло- и массообмена.

Главные отличия между программами (кроме FENSAP-ICE) заключаются в расчете аэродинамического потока и эволюции во времени. Программы, основанные на методе щитов для расчета потенциального потока, не могут определять точки отрыва потока, поэтому они дают менее точные результаты по сравнению с программами, основанными на уравнениях Навье — Стокса, однако они позволяют получить решение намного быстрее.

Во всех перечисленных моделях поведение жидкой воды на поверхности моделируется без учета ее состояния, с использованием упрощающих гипотез. Поэтому большинство моделей учитывает только поток воды в виде пленки, основываясь на модели, развитой в [23, 24]. Это предположение не учитывает, что вода может находиться на поверхности в различных состояниях, определяемых действием аэродинамической, гравитационной сил, а также поверхностным натяжением. В программе LEWICE [13] учитывается поверхностное натяжение, что позволяет оценить количество воды (которое остается запертым на поверхности), основываясь на числе Вебера.

Такие параметры, как шероховатость поверхности, плотность льда, остаточное количество жидкой воды, а также процессы вырывания капель воды наружу и стекания воды вдоль обтекае-

мой поверхности, в настоящее время изучены недостаточно и их учитывают, используя эмпирические соотношения. В частности, в [25] были получены соотношения для оценки шероховатости поверхности, в [26] — для описания процессов вырывания и разбрызгивания капель и в [27] — для определения плотности льда. Эти соотношения были получены для условий обледенения крыльев и других частей фюзеляжа самолета, однако они мало применимы к лопаткам авиационных двигателей в соответствии с условиями эксплуатации (скорость, высота, угол атаки) и метеорологическими условиями (водность и среднеобъемный диаметр капелек воды (MVD, median volumetric diameter)), которые сильно отличаются.

Исследования, проведенные в последнее время, позволили лучше изучить шероховатость поверхности льда и физику жидкой фазы. В связи с этим следует упомянуть:

работу [28], в которой изучена мера и распределение шероховатости на поверхности льда и показано, что эмпирическое соотношение, разработанное в [22], не является адекватным, когда поверхность покрыта пленкой воды;

исследования [23, 24], которые позволяют аналитически описать образование и движение пленки и ручейков на поверхности, из условия равновесия между поперечными и аэродинамическими силами;

работу [29], в которой показано, что поверхностное натяжение является основным фактором, влияющим на образование капель на поверхности крыла;

работы [1, 30], позволившие более полно описать поведение жидкой фазы на поверхности крыла.

Эти работы дают возможность использовать термодинамическую модель, в которой жидкая фаза и шероховатость задаются с помощью физических параметров, а не эмпирическими соотношениями.

Подход, использованный в настоящей работе, позволяет решать задачу дозвукового обтекания тел двухфазным вязким сжимаемым потоком в двухмерной постановке с учетом взаимодействия несущей и жидкой фаз, формы существования влаги на профиле, режима нарастания льда, изменения геометрии обтекаемого тела и влияния этого изменения на внешний поток.

3. ФИЗИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Осаждение влаги на обтекаемую поверхность с ее последующим замерзанием является сложным процессом, сопровождающимся рядом слабо изученных явлений.

Поверхность раздела фаз не является плоской. Она «размыта» по объему, лед образуется в виде дендритов сложной формы [31], зарождающихся из центров кристаллизации, которые расположены, главным образом, на обтекаемой поверхности. При этом на поверхности ледяных образований находится промежуточный слой толщиной порядка 1 мкм, физические характеристики которого отличаются от макрохарактеристик льда и воды [32].

Кроме того, процессы, связанные с динамикой ледяных масс и протеканием фазовых превращений с участием льда, сопровождаются генерацией электромагнитного излучения в широком диапазоне частот [32, 33], что также может влиять на процессы ледообразования. Однако до настоящего времени в известных работах такое влияние не учитывалось.

Капли, попадая на обтекаемую поверхность, деформируются, «сплющиваются». При этом они могут распадаться на более мелкие капельки, разбрызгиваться, объединяться. После чего под действием поверхностного натяжения капли «подтягиваются», принимают полусферическую форму, которые в свою очередь могут объединяться в более крупные поверхностные капли. Этот процесс сопровождается относительно быстрым затвердеванием части капли, обуславливающим нагрев переохлажденной жидкости до температуры затвердевания и последующим (более медленным) процессом замерзания оставшейся жидкой части в результате конвекции, испарения воды, сублимации льда во внешний поток, а также теплопроводности льда, образовавшегося на аэродинамической поверхности, имеющей отрицательную температуру. Поверхностные капли, замерзая, остаются неподвижными, либо растекаются, образуя неровности, впадины, в которых может оставаться незамерзшая вода.

При определенных условиях на аэродинамической поверхности может образовываться сплошная пленка воды [34], движущаяся под действием внешнего потока. Выпадающие переохлажденные капли возмущают поверхность пленки, разбрызгиваются, внедряются в глубь жидкого

слоя, образуя сложное поле распределения температуры и скорости по толщине слоя воды, еще более усложняя при этом форму фронта фазового перехода.

3.1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ О ПРОЦЕССЕ НАРАСТАНИЯ ЛЬДА

Известные экспериментальные данные о нарастающих ледяных образованиях на аэродинамических поверхностях [34] позволяют выделить и описать пять характерных областей с четко определяемыми границами (рис. 1).

1. Так называемая «гладкая» зона, которая обычно расположена в области точки торможения. В этой зоне образуется стекловидный лед, покрытый сплошной пленкой воды, стекающей под действием внешнего потока.

2. «Шероховатая» зона. Вследствие резкого увеличения коэффициента теплоотдачи, происходящего из-за перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный, увеличивается доля замерзающей влаги. На поверхности уже находится недостаточное количество влаги, чтобы образовать сплошную пленку; вода под действием сил поверхностного натяжения объединяется в крупные поверхностные капли, которые могут быть либо неподвижными, либо растекаться.

3. Зона «рогообразных наростов». При достаточном количестве воды на обтекаемой поверхности, а также за счет влаги, стекающей из «гладкой» зоны, элементы неровности в «шероховатой» зоне начинают выступать достаточно высоко над обтекаемой поверхностью, улавливая большее количество переохлажденных капель. При этом, в свою очередь, увеличивается коэффициент теплоотдачи, неровности начинают быстро расти и превращаются в крупные рогообразные наросты. Как показали эксперименты [34], стекающая по поверхности вода срывается или разбрызгивается с этих отдельных элементов.

4. Зона «стекающей воды». При высоком водном содержании во время начального периода процесса обледенения поверхностная вода вначале стекает, затем останавливается в точке отрыва потока и замерзает в виде ручьев или объединившейся капли. Как только лед начинает формироваться выше по течению в «шероховатой» зоне, вода в зону «стекающей воды» больше не поступает и образовавшаяся ледяная поверхность остается неизменной.

5. Зона «рыхлого льда». Иногда (при достаточно низкой температуре и относительно небольших размерах капель) во всей зоне выпадения влаги или части обтекаемого тела образуется рыхлый лед.

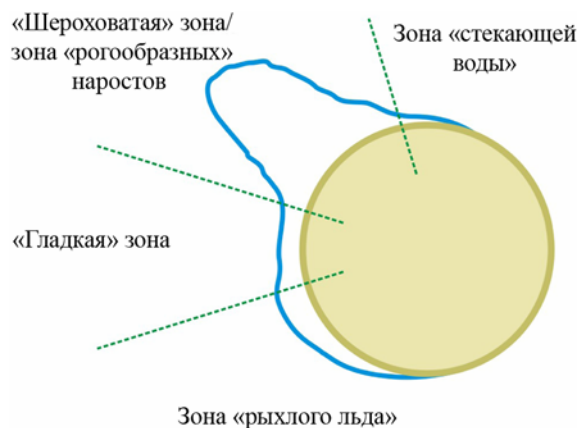


Рис. 1. Зоны обледенения

3.2. ОСНОВНЫЕ ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ ПРИ ОПИСАНИИ ПРОЦЕССА НАРАСТАНИЯ ЛЬДА

Таким образом, на основании имеющихся экспериментальных данных о процессе нарастания льда на аэродинамической поверхности в воздушно-капельном потоке нужно учитывать следующие факты (рис. 2) [35]:

замерзание выпавшей на обтекаемую поверхность переохлажденной жидкости происходит со стороны стенки, являющейся источником центров кристаллизации;

выделяющаяся скрытая теплота фазового перехода поглощается главным образом переохлажденной жидкостью, внешним потоком вследствие конвективной теплоотдачи и испарения (q_1), а также слоем льда и обтекаемой поверхностью посредством теплопроводности (q_2);

наблюдаемая экспериментально картина осаждения влаги с ее последующим замерзанием позволяет сделать вывод, что жидкость, обладая сложным распределением температуры, в верхнем слое пленки может находиться в переохлажденном состоянии и, таким образом, отводить тепло посредством конвекции и теплопроводности из зоны кристаллизации во внешний поток.

Обобщая и схематизируя процесс нарастания льда, а также опираясь на известные экспериментальные данные, применим модель обледенения с использованием метода контрольных объемов, базирующегося на уравнениях неразрывности, сохранения энергии и импульса.

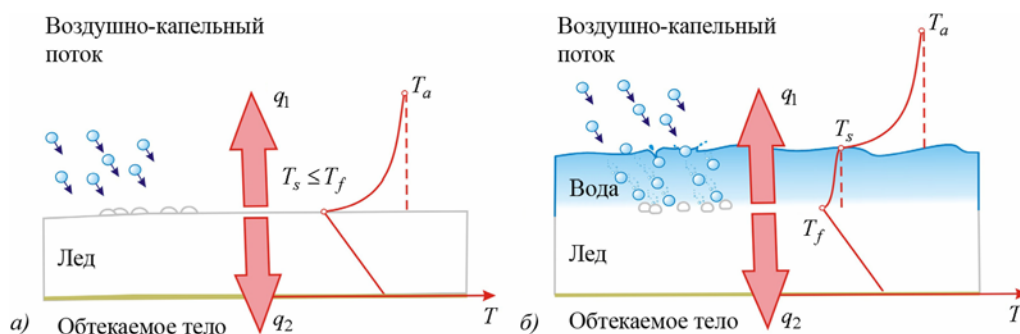


Рис. 2. Распределение температуры в зоне обледенения [35]:

a — сухой режим; *б* — влажный режим нарастания льда; T_s — температура обтекаемой поверхности; T_f — температура фазового перехода; T_a — температура потока на внешней границе пограничного слоя

В рамках рассмотренной модели будем полагать, что затвердевание воды, содержащейся в капле, осуществляется в пропорции, определяемой замерзшей долей f , главным образом зависящей от количества высвобождающейся скрытой теплоты фазового перехода, которая может быть поглощена воздухом, жидкостью и льдом. Иногда этой доли недостаточно, чтобы переохлажденная капля полностью замерзла до прибытия на то же место следующей. Тогда некоторое количество жидкой воды может оставаться «запертой» внутри ледяной матрицы и образовывать рыхлый лед или растекаться под воздействием аэродинамических сил. Нарастание льда осуществляется при температуре, близкой к температуре затвердевания воды при нормальном атмосферном давлении, которое незначительно изменяется с высотой. Когда замерзшая доля достаточно велика, вся жидкая вода переохлажденной капли затвердевает до прибытия следующей, и средняя температура на ледяной поверхности оказывается ниже $0\text{ }^{\circ}\text{C}$.

В процессе нарастания льда на поверхности крыла образуются неровности (шероховатость). Эта шероховатость влияет на развитие пограничного слоя, изменяя коэффициент теплообмена с окружающей средой, а также на коэффициент захвата и форму ледяных наростов.

3.3. РЕЖИМЫ НАРАСТАНИЯ ЛЬДА

Учитывая существование различных типов льда и используя понятие замерзшей доли льда, будем различать влажный, жидкий и сухой режимы обледенения [30].

Влажный режим отличается температурой обтекаемой поверхности, равной температуре затвердевания воды, и замерзшей долей, изменяющейся от нуля до единицы. Переохлажденные капли воды, выпадая на обтекаемую поверхность, объединяются, образуя поверхностные капли, которые растут и частично затвердевают. Они могут достигать достаточно большого размера, чтобы жидкая часть начала растекаться под действием воздушного потока. Нарастая, капли на поверхности могут превращаться в ручейки или образовывать пленку. Состояние жидкой воды на обтекаемой поверхности зависит главным образом от материала, температуры поверхности и сил, действующих на каплю.

Когда количество воды в контрольном объеме достаточно, чтобы покрыть всю поверхность, совокупность поверхностных капель образует жидкую пленку, под которой образуется тонкий слой льда. Ручейки же рассматриваются, чтобы описать движение жидкости вне зон выпадения влаги. В виде ручейков вода может перетекать в ближайший контрольный объем до своего затвердевания.

Различные формы и условия, при которых вода может существовать на поверхности обтекаемого тела во влажном режиме нарастания, показаны на рис. 3.

Жидкий режим отличается тем, что температура обтекаемой поверхности выше температуры отвердевания воды и замерзшая доля равна нулю. Вода существует на поверхности в виде капель, пленки или ручейков. Лед либо не образуется, либо тает в присутствии пленки воды.

При *сухом режиме* температура наружного слоя льда ниже температуры отвердевания воды и замерзшая доля равна единице. Вся вода, которая вошла в контрольный объем, превращается

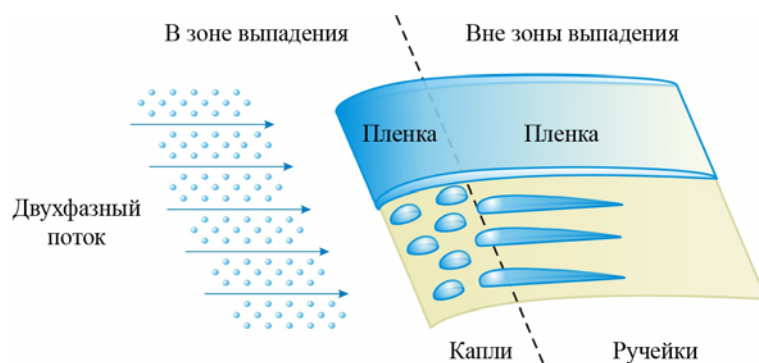


Рис. 3. Состояние воды на поверхности обтекаемого тела

в рыхлый лед. Переохлажденные капли воды, ударяющиеся о поверхность, образуют капли на поверхности. Они отвердевают прежде, чем достигнут достаточно большого размера, чтобы растечься или быть унесенными внешним потоком.

4. РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ПОТОКА ВОЗДУХА С ПЕРЕОХЛАЖДЕННЫМИ КАПЛЯМИ ВОДЫ

Для расчета параметров несущей среды применяются уравнения Навье — Стокса сжимаемого газа. При описании движения капель могут быть использованы различные модели: взаимопроникающих сред, инерционная и гомогенная. В первой из них набегающий поток принимается двухскоростным и двухтемпературным, состоящим из несущей фазы и капель одного диаметра. Столкновениями между каплями пренебрегают, дискретная фаза считается лишенной собственного давления. Вязкие силы проявляются только в несущей фазе и при взаимодействии капель с газом. В инерционной модели траектории капель рассчитываются после получения поля скоростей несущей фазы. Обратного влияния капли на несущую среду не оказывают. Гомогенная модель предполагает, что жидкая и газообразная фазы движутся с одинаковыми скоростями, учитывается обмен массой, импульсом и энергией между фазами, возможно образование новых капель и их рост.

4.1. МОДЕЛЬ ВЗАИМОПРОНИКАЮЩИХ СРЕД

Большинство практических результатов по расчету многофазных течений получено с использованием модели взаимопроникающих континуумов [3, 36, 37]. Она базируется на понятии многоскоростной многотемпературной среды, в каждой точке которой имеется столько скоростей и температур, сколько фаз содержит рассматриваемая среда. Каждая фаза заполняет пространство непрерывно. Основные допущения модели следующие:

- среда является двухскоростной и двухтемпературной, состоящей из вязкого сжимаемого несущего газа и фракции несжимаемых сферических частиц одного диаметра, не взаимодействующих между собой;

- теплоемкости газа и частиц постоянны;

- размеры частиц во много раз больше молекулярно-кинетических и во много раз меньше расстояний, на которых осредненные макроскопические параметры течения меняются существенно;

- взаимодействие частиц с несущей средой происходит посредством вязкости газа;

- температура отдельной частицы постоянна по ее объему;

- несущий газ предполагается химически не реагирующим, с постоянным показателем адиабаты.

Уравнения, описывающие несущую и дисперсную фазы, связаны через источники члены, учитывающие межфазный обмен импульсом и энергией. Они отличаются от уравнений Навье — Стокса лишь наличием этих источников. Для определения слагаемых, описывающих межфазное взаимодействие, используются результаты исследования процессов, происходящих при обтекании частиц газом.

Нестационарные уравнения двухфазного течения имеют вид [3, 36, 37]:

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{q}}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{\mathbf{E}}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{\mathbf{F}}}{\partial \eta} + \hat{\mathbf{H}} = \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial \hat{\mathbf{R}}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{\mathbf{S}}}{\partial \eta} \right), \quad (1)$$

где

$$\hat{\mathbf{q}} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \\ \rho_j \\ \rho_j u_j \\ \rho_j v_j \\ e_j \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{E}} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho U u + \xi_x p \\ \rho U v + \xi_y p \\ (e+p)U \\ \rho_j U_j \\ \rho_j U_j u_j \\ \rho_j U_j v_j \\ e_j U_j \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{F}} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho V u + \eta_x p \\ \rho V v + \eta_y p \\ (e+p)V \\ \rho_j V_j \\ \rho_j V_j u_j \\ \rho_j V_j v_j \\ e_j V_j \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{H}} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ H_u \\ H_v \\ H_e \\ 0 \\ -H_u \\ -H_v \\ -H_e \end{bmatrix},$$

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \mu(\xi_x^2 + \xi_y^2)u_\xi + \left(\frac{\mu}{3}\right)\xi_x(\xi_x u_\xi + \xi_y v_\xi) \\ \mu(\xi_x^2 + \xi_y^2)v_\xi + \left(\frac{\mu}{3}\right)\xi_y(\xi_x u_\xi + \xi_y v_\xi) \\ \frac{k}{\text{Pr}(\gamma-1)}(\xi_x^2 + \xi_y^2)\frac{\partial}{\partial \xi}(a^2) + \\ + \frac{\mu}{2}(\xi_x^2 + \xi_y^2)(u^2 + v^2)_\xi + \\ + \frac{\mu}{6}[\xi_x^2(u^2)_\xi + \xi_y^2(v^2)_\xi + 2\xi_x \xi_y (uv)_\xi] \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{S}} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \mu(\eta_x^2 + \eta_y^2)u_\eta + \left(\frac{\mu}{3}\right)\eta_x(\eta_x u_\eta + \eta_y v_\eta) \\ \mu(\eta_x^2 + \eta_y^2)v_\eta + \left(\frac{\mu}{3}\right)\eta_y(\eta_x u_\eta + \eta_y v_\eta) \\ \frac{k}{\text{Pr}(\gamma-1)}(\eta_x^2 + \eta_y^2)\frac{\partial}{\partial \eta}(a^2) + \\ + \frac{\mu}{2}(\eta_x^2 + \eta_y^2)(u^2 + v^2)_\eta + \\ + \frac{\mu}{6}[\eta_x^2(u^2)_\eta + \eta_y^2(v^2)_\eta + 2\eta_x \eta_y (uv)_\eta] \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$e = \rho \left[\varepsilon + \frac{1}{2}(u^2 + v^2) \right], \quad e_j = \rho \rho_j \left[\omega T_j + (u_j^2 + v_j^2) \right].$$

В уравнениях приняты следующие обозначения: u, v — компоненты вектора скорости в направлениях x, y ; ρ, p, e — плотность, давление и полная энергия единицы объема газа; a — скорость звука; γ — отношение удельных теплоемкостей; μ — коэффициент динамической вязкости; Re — число Рейнольдса; Pr — число Прандтля; $\xi_x, \xi_y, \eta_x, \eta_y, J$ — метрические коэффициенты и якобиан преобразования координат $\xi = \xi(x, y, t)$, $\eta = \eta(x, y, t)$; U, V — контравариантные компоненты векторов скорости несущей фазы и капель; переменные с индексом j описывают частицы; ω — отношение удельных теплоемкостей капель и газа при постоянном давлении.

Интенсивность межфазного обмена импульсом и энергией определяется выражениями:

$$H_u = \rho_j A_j (u - u_j), \quad H_v = \rho_j A_j (v - v_j), \quad H_e = \rho_j A_j B_j,$$

где A_j, B_j — безразмерные коэффициенты, определяющие обмен импульсом и энергией между фазами,

$$A_j = \frac{9 \mu_g f_j \bar{L}}{2 m_j r_j^2 \bar{V}}, \quad B_j = 2\gamma [\bar{q}_j \Delta \bar{q}_j - g_c (T_j - T)],$$

$$\bar{q}_j \Delta \bar{q}_j = u_j (u - u_j) + v_j (v - v_j), \quad g_c = \frac{Nu_j}{6 f_j Pr}.$$

Нормированный коэффициент трения f_j определяется формулой:

$$f_j = \frac{C_D}{C_D^{\text{Stk}}},$$

где C_D — коэффициент сопротивления каплей, $C_D^{\text{Stk}} = 24/Re_j$,

Число Re_j определяется относительной скоростью движения каплей

$$Re_j = \frac{2 |\Delta q_j| r_j \rho}{\mu_g}, \quad |\Delta q_j| = \sqrt{(u - u_j)^2 + (v - v_j)^2}.$$

В расчетах нормированный коэффициент трения f_j и число Нуссельта для каплей определялись соотношениями:

$$f_j = \begin{cases} 1, & Re_j \leq 0.49, \\ 1.125 Re_j^{0.163}, & 0.49 \leq Re_j \leq 80, \\ 0.0125 Re_j^{1.217}, & 80 \leq Re_j \leq 1000, \\ Re_j/12, & Re_j > 1000, \end{cases}$$

$$Nu = 2 + 0.459 Re^{0.55} Pr^{0.33}.$$

Выше введены обозначения: \bar{L} — характерный масштаб длины; r_j — радиус каплей; μ_g — коэффициент динамической вязкости несущей среды; m_j — плотность воды; \bar{V} — характерная скорость; ρ — безразмерная плотность несущей фазы, остальные обозначения общепринятые.

Начальное распределение параметров каплей вычислялось с помощью коэффициентов λ_v и λ_T , определяющих механическую и тепловую инерционность каплей:

$$\rho_j = \rho \phi / (1 - \phi), \quad u_j = u \lambda_v, \quad v_j = v \lambda_v, \quad T_j = T / \lambda_T,$$

где $\phi = W_j / W_m$ — массовая доля каплей.

4.2. ИНЕРЦИОННОЕ ОСАЖДЕНИЕ КАПЕЛЬ

Анализ процессов обледенения элементов конструкций летательных аппаратов показывает, что решающую роль на многих режимах вносит инерционное осаждение каплей. В этой модели влияние каплей на картину течения газа не учитывается. Задача аэродинамического обтекания профиля газом решается в переменных u, v, p, ρ .

Численное моделирование осуществляется на основе решения уравнений Навье — Стокса совместно с уравнениями неразрывности и сохранения энергии в криволинейных координатах [38—41], где используются первые четыре уравнения системы (1).

При найденных газодинамических параметрах стационарные поля скорости каплей определяются интегрированием двух скалярных обыкновенных дифференциальных уравнений, выполняющихся вдоль траекторий каплей [37]:

$$\frac{dx}{ds} = \frac{u_{gp}}{V_{gp}}, \quad \frac{dy}{ds} = \frac{v_{gp}}{V_{gp}}, \quad (2)$$

где V_{gp} — модуль вектора скорости капель; s — расстояние вдоль траектории,

$$\frac{dV_{gp}}{d\tau} = \frac{P_{st} C_D (\text{Re}) \rho |U_g| U_g}{V_{gp}}, \quad (3)$$

$$|U_g| = \sqrt{(u_g - u_{gp})^2 + (v_g - v_{gp})^2}, \quad U_g = V_g - V_{gp}, \quad P_{st} = \frac{3L^0 \rho_0^0}{8\rho_w^0 r^0},$$

$$C_D = 21.12 \text{Re}^{-1} + 6.3 \text{Re}^{-0.5} + 0.25, \quad \text{Re} = \rho |U_g| \text{Re}_p, \quad \text{Re}_p = \frac{2r^0 \rho_0^0 V_g^0}{\mu_0^0},$$

U_g — безразмерная скорость движения капель относительно воздуха, отнесенная к V_g^0 ; r — отнесенная к r^0 плотность воздуха; ρ_w^0 , ρ_0^0 — размерная плотность вещества капли (переохлажденной воды); C_D — коэффициент сопротивления сферической капли; Re — число Рейнольдса, определенное по диаметру капель и ее относительной скорости при $\mu = 1$, т. е. при постоянной вязкости (что далее предполагается); $P_{st} = \text{Re}_p / (24 \text{Stk})$, Stk — число Стокса. Выражение для C_D справедливо в диапазоне изменения числа Рейнольдса относительно обтекания частицы газом: $0 < \text{Re} < 10^5$. При $\text{Re} > 10^5$ обтекание сферы становится полностью турбулентным.

Интегрирование уравнений (2) и (3) проводится по конечно-разностным уравнениям:

$$V_{gp,i} = \frac{2\bar{R}}{2 + \bar{R}} \bar{V}_g + \frac{2 - \bar{R}}{2 + \bar{R}} V_{gp,i-1}, \quad \bar{R} = \frac{P_{st} C_D (\bar{\text{Re}}) \bar{\rho} |\bar{U}_g| \Delta s}{\bar{V}_{gp}}$$

$$x_i = x_{i-1} + \frac{u_{gp}}{V_{gp}} \Delta s, \quad y_i = y_{i-1} + \frac{v_{gp}}{V_{gp}} \Delta s,$$

где черта сверху означает среднеарифметические величины в точках i и $i-1$.

При расчете в набегающем потоке сначала строятся траектории капель, которые с небольшим запасом «охватывают» обтекаемый профиль. Затем, с равномерным разбиением по y между ними, рассчитываются промежуточные траектории. В начальных точках траекторий скорости капель принимаются равными скорости воздуха.

Концентрация частиц C_p у поверхности (непосредственно перед выпадением на нее) определяется условием сохранения потока массы частиц в сечении, ограниченном приходящими из бесконечности траекториями частиц, которые пометим индексами $j-1$ и j . Пусть x_j , y_j и y_{j0} — координаты точек траектории на теле и при $x = x_0$. Поскольку скорости частиц отнесены к V_0 , имеем:

$$\frac{C_p^0}{C_{p0}^0} = \frac{2(y_j + y_{j-1})_0 (y_j - y_{j-1})_0}{(y_j + y_{j-1}) [(u_{p,j} + u_{p,j-1})(y_j - y_{j-1}) - (v_{p,j} + v_{p,j-1})(x_j - x_{j-1})]}.$$

Коэффициент захвата капель профилем крыла $C_s = A_0 / A_\infty$. Здесь A_0 — площадь поперечного сечения в набегающем потоке, ограниченная верхней и нижней траекториями, а A_∞ — максимальная площадь проекции крыла на плоскость YOZ .

4.3. ГОМОГЕННАЯ МОДЕЛЬ

Нестационарное течение пара воды и водяных капель с учетом неравновесного процесса протекания конденсации можно описывать уравнениями газовой динамики с учетом обмена массой, импульсом и энергией между фазами [37, 42—45].

Для нахождения температуры насыщения водяного пара по известному давлению можно использовать уравнение [46].

Однако экспериментальные данные показывают, что в процессе обледенения при полете в дожде или облаках ключевую роль в выпадении влаги на обтекаемую поверхность и формирование ледяных наростов играют относительно крупные переохлажденные капли, попадающие в основном на переднюю часть профиля. Поэтому для описания задачи обледенения в характерных условиях полета уместно использовать либо инерционную модель, либо модель взаимопроникающих сред.

4.4. НАЧАЛЬНЫЕ И ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

В качестве начальных условий приняты параметры обтекания тела двухфазным потоком. На бесконечности (Γ_1 , рис. 4) задаются параметры набегающего потока:

$$\begin{aligned} u &= u_\infty & \rho_j &= LWC \\ v &= v_\infty & u_j &= \lambda_V u_\infty \\ p &= p_\infty & v_j &= \lambda_V v_\infty \\ T &= T_\infty & T_j &= T_\infty / \lambda_T \end{aligned}$$

где u_∞ , v_∞ , p_∞ и T_∞ — заданные значения компонент скорости, давления и температуры невозмущенной несущей среды.

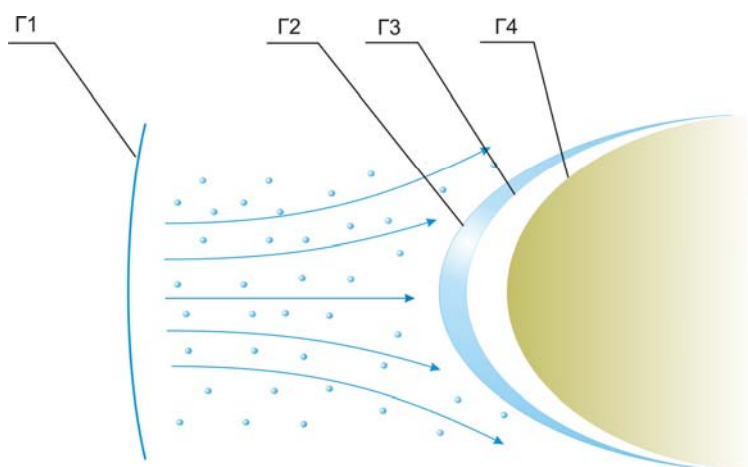


Рис. 4. Расчетная схема обледенения аэродинамического профиля

На границе набегающий поток — жидкая пленка (Γ_2 , см. рис. 4) задаются условия равенства скоростей, нормальных и касательных напряжений:

$$\left(\mu \frac{\partial V_\tau}{\partial n} \right)_a = \left(\mu \frac{\partial V_\tau}{\partial n} \right)_w,$$

где a — воздух; w — вода.

Давление на поверхности пленки (Γ_2) определяется в приближении пограничного слоя:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0,$$

температура находится из равенства температур и тепловых потоков:

$$T_a = T_w, \quad \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \right)_a = \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \right)_w.$$

Производные по направлению нормали концентрации, скорости и температуры жидких капель приняты равными нулю:

$$\frac{\partial \rho_j}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial u_j}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial v_j}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial T_j}{\partial n} = 0.$$

На границе жидкая пленка — лед (Г3, см. рис. 4), имеющей температуру, равную температуре фазового перехода, задается условие Стефана:

$$\left[\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \right)_w - \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \right)_i \right]_{S_i} = L \rho_i v_{iw},$$

где L — скрытая теплота фазового перехода; ρ_i — плотность льда; v_{iw} — скорость движения фронта фазового перехода S_i ; w — вода; i — лед.

Для жидкой пленки на поверхности льда приняты условия прилипания:

$$u_w = 0, \quad v_w = 0.$$

Профиль (Г4, см. рис. 4) принимается термически тонким, тепловой поток полагается равным нулю:

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0.$$

5. МОДЕЛИРОВАНИЕ НАРАСТАНИЯ ЛЬДА

Численное моделирование процесса нарастания льда основано на методе, описывающем термодинамический процесс затвердевания переохлажденных капель воды, ударяющихся о неподвижный предмет. Процесс обледенения разделен на приращения по времени. Метод заключается в решении дифференциальных уравнений сохранения массы, энергии и импульса для каждого приращения по времени и для каждого элемента поверхности. Состояние влаги, находящейся в контрольном объеме, определяется на основе модели, описывающей рост капель воды на поверхности обтекаемого тела.

5.1. ОБЩАЯ МЕТОДОЛОГИЯ

Моделирование нарастания льда продолжительностью в среднем 5—10 минут выполняется итерациями с приращениями по времени в условиях, определяемых параметрами атмосферы.

Математическая модель, описывающая движение переохлажденных капель, позволяет вычислить поток выпадающей влаги, определив нормальную к обтекаемой поверхности скорость переохлажденных капель и концентрацию их у поверхности. Затем на каждом шаге по времени на основе термодинамической модели нарастания льда для каждого контрольного объема определяется форма существования влаги, рассчитывается масса накопленного льда, толщина пленки воды, шероховатость поверхности и скорость движения воды на поверхности. При этом процесс моделирования нарастания льда можно разделить на макро- и микроуровни [1, 30].

Макроуровень включает:

моделирование движения воды по обтекаемой поверхности под воздействием внешнего потока;

решение уравнений сохранения массы, энергии и количества движения для контрольного объема и определение массы образовавшегося льда;

определение изменения геометрии обтекаемого тела вследствие накопления массы льда на каждом из элементов поверхности.

Микроуровень включает:

моделирование распределения и роста капель на обтекаемой поверхности в области выпадения влаги;

моделирование распределения и роста ручейков на обтекаемой поверхности вне области выпадения влаги;

моделирование роста пленки воды на поверхности.

Математическая модель затвердевания на микроуровне необходима для того, чтобы охарактеризовать шероховатость обтекаемой поверхности, поток поверхностной воды и ее задержание во впадинах.

5.2. ТЕРМОДИНАМИКА НАРАСТАНИЯ ЛЬДА

Для описания термодинамических процессов фазовых превращений воды, выпавшей в виде переохлажденных капель на обтекаемую поверхность, воспользуемся моделью, предложенной в [9, 10]. Уравнения баланса массы и энергии для контрольного объема можно получить на основе законов сохранения массы, энергии и количества движения для контрольного объема, расположенного на поверхности тела [1, 3, 9, 13, 30, 47—49].

Необходимо отметить, что при составлении соотношений для контрольного объема были сделаны следующие основные допущения:

физические превращения в пределах шага по времени происходят мгновенно;

процессы гидродинамики в пределах временного шага считаются квазистационарными;

теплопроводность льда считается пренебрежимо малой;

замерзание жидкости в пленке происходит со стороны тела, имеющего температуру, равную температуре восстановления набегающего потока.

Уравнение баланса массы. Рассмотрим контрольный объем (рис. 5), расположенный на поверхности обтекаемого тела. Контрольный объем, относящийся к первому шагу по времени, начинается на поверхности твердого тела, изначально свободного ото льда, и затем перемещается вместе с расчетной сеткой по мере увеличения толщины льда.

Масса входящей в контрольный объем воды за рассматриваемый промежуток времени состоит из суммы трех масс воды в жидком состоянии: массы влетающей воды из внешнего потока

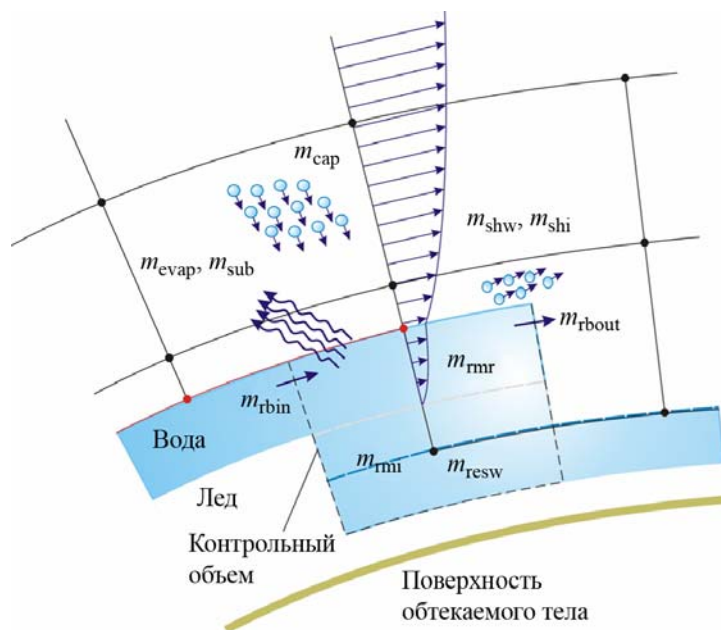


Рис. 5. Схема потоков массы в контрольном объеме

в виде переохлажденных капель m_{cap} , массы втекающей воды из предыдущего контрольного объема m_{rbin} и массы оставшейся жидкой воды из предыдущего шага по времени m_{resw} :

$$m_{\text{in}} = m_{\text{cap}} + m_{\text{rbin}} + m_{\text{resw}}. \quad (4)$$

Масса влетающей из внешнего потока воды — часть переохлажденных капелек воды, находящихся во внешнем потоке воздуха, которые ударяются о поверхность. В случае применения двухфазной модели:

$$m_{\text{cap}} = \rho_j U_{jn} \Delta b \Delta s \Delta t_{\text{acc}}, \quad (5)$$

где ρ_j — объемная плотность массы частиц у поверхности тела; U_{jn} — нормальная к обтекаемой поверхности составляющая скорости второй фазы; Δb , Δs — ширина и длина контрольного объема; Δt_{acc} — шаг по времени нарастания льда.

Масса втекающей воды m_{rbin} — часть массы жидкой воды m_{rbout} из предыдущего контрольного объема, обозначенного индексом $i-1$, которую вовлекает в текущий контрольный объем (обозначенный индексом i), внешний поток:

$$m_{\text{rbin}(i)} = m_{\text{rbout}(i-1)}. \quad (6)$$

Масса оставшейся воды равна массе остаточной жидкой воды m_{tmw} , рассчитываемой в контрольном объеме на предыдущем шаге по времени:

$$m_{\text{resw}}^t = m_{\text{tmw}}^{t-\Delta t}. \quad (7)$$

С другой стороны, масса воды m_{in} , входящей в контрольный объем, расходуется на массу выбывающей воды m_{out} , массу остаточной воды m_{tmw} и массу остаточного льда m_{tmi} :

$$m_{\text{in}} = m_{\text{out}} + m_{\text{tmw}} + m_{\text{tmi}}. \quad (8)$$

Масса выбывающей воды — масса воды в твердой фазе, в виде жидкости или пара, которая покидает контрольный объем. Она состоит из пяти составляющих: массы сублимированного льда m_{sub} , массы испарившейся воды m_{evap} , массы вытекающей жидкой воды m_{rbout} , массы вырванной потоком жидкой воды m_{shw} и массы вырванного потоком льда m_{shi} :

$$m_{\text{out}} = m_{\text{sub}} + m_{\text{evap}} + m_{\text{rbout}} + m_{\text{shw}} + m_{\text{shi}}. \quad (9)$$

Масса сублимированного льда и масса испарившейся воды — части ледяной массы и массы жидкой воды, которые испаряются в воздух под воздействием перепада температур в пограничном слое. Масса вытекающей жидкой воды — часть массы жидкой воды, находящейся в контрольном объеме, которая переходит в следующий контрольный объем. Масса вырванной жидкой воды — часть массы жидкой воды, находящейся внутри контрольного объема, которая выбрасывается в воздух под действием касательных напряжений, вызванных набегающим потоком. Она может быть определена по числу Вебера, используя эмпирическое соотношение [13]. При наличии срыва потока, что определяется из расчета внешнего сжимаемого вязкого потока с применением модели турбулентности Болдуина — Ломакса, будем считать, что вся незамерзшая вода, вытекающая из предыдущего контрольного объема, разбрызгивается и уносится внешним потоком.

Масса вырванного льда — часть ледяной массы, находящейся в контрольном объеме, которая выброшена в воздух под действием аэродинамической силы [13].

Уравнение теплового баланса. Из уравнения сохранения энергии для контрольного объема можно получить уравнение теплового баланса, имеющее вид:

$$Q_f + Q_{ss} + Q_{sub} + Q_{evap} + Q_{adh} + Q_{kin} + Q_{cd} + Q_{cv} + Q_{rad} = 0, \quad (10)$$

где Q_f — скрытая теплота затвердевания; Q_{sub} — скрытая теплота сублимации; Q_{evap} — скрытая теплота испарения; Q_{ss} — внутренняя теплота; Q_{cv} — теплообмен конвекцией; Q_{cd} — теплообмен проводимостью; Q_{rad} — теплообмен излучением; Q_{adh} — теплота аэродинамического нагрева; Q_{kin} — теплота кинетического нагрева.

Когда часть массы входящей в контрольный объем жидкой воды замерзает, высвобождается скрытая теплота затвердевания:

$$Q_f = L_f m_{ice}, \quad (11)$$

где m_{ice} — масса образовавшегося льда; L_f — удельная теплота затвердевания.

Внутренняя теплота Q_{ss} , высвобождающаяся при изменении энтальпии воды вследствие изменения ее температуры, является суммой пяти составляющих, характеризующих термодинамические изменения масс воды от ее первоначального до конечного состояния:

$$Q_{ss} = Q_{sscap} + Q_{ssrb} + Q_{ssresw} + Q_{ssw} + Q_{ssi}, \quad (12)$$

где $Q_{sscap} = m_{cap} C_{p_w} (T_d - T_f)$ — теплота воды, влетающей из внешнего потока, $Q_{ssrb} = m_{rbin} C_{p_w} (T_{rb} - T_f)$ — теплота воды, втекающей из предыдущего контрольного объема, $Q_{ssresw} = m_{resw} C_{p_w} (T_{rez} - T_f)$ — теплота жидкой воды, оставшейся из предыдущего шага по времени, рассчитанные до замерзания; $Q_{ssw} = m_w C_{p_w} (T_f - T_s)$ и $Q_{ssi} = m_i C_{pi} (T_f - T_s)$ — теплота жидкой воды и льда, рассчитанные после замерзания, где T_f — температура затвердевания воды, T_d — температура переохлажденных капель воды, T_{rb} — температура воды, выходящей из предыдущего контрольного объема, T_s — температура поверхности предыдущего контрольного объема, T_{rez} — температура оставшейся жидкой воды.

Часть присутствующей в контрольном объеме ледяной массы сублимирует, при этом поглощается теплота:

$$Q_{sub} = -m_{sub} L_{sub}, \quad (13)$$

где m_{sub} — масса сублимированного льда; L_{sub} — удельная теплота сублимации.

Часть массы воды в жидкой фазе, присутствующей в контрольном объеме, испаряется, поглощая теплоту:

$$Q_{evap} = -m_{evap} L_{vap}, \quad (14)$$

где m_{evap} — масса испаренной воды; L_{vap} — удельная теплота испарения.

Конвективный теплообмен обусловлен потоком воздуха около обтекаемой поверхности, где поток и поверхность имеют различные температуры. Передача теплоты вынужденной конвекцией описывается законом Ньютона. Теплота конвекции Q_{cv} равна:

$$Q_{cv} = h_{cv} [f_w r_A + (1 - f_w)] (T_\infty - T_s) (\Delta s \Delta b) \Delta t_{acc}, \quad (15)$$

где h_{cv} — коэффициент конвективного теплообмена; T_∞ — температура невозмущенного потока; T_s — температура поверхности.

Коэффициент конвективного теплообмена h_{cv} может быть найден несколькими способами [3]: с помощью корреляционных соотношений, из расчета пограничного слоя и решая уравнения Навье — Стокса для внешнего потока. Как и в большинстве существующих программных комплексов, в настоящей работе величина коэффициента конвективного теплообмена определялась с помощью корреляционных соотношений для шероховатой поверхности:

$$h_{cv} = \rho_e C_{pe} U_e St, \quad (16)$$

где St — число Стэнтона; U_e — скорость на границе пограничного слоя; ρ_e — плотность воздуха; C_{pe} — удельная теплоемкость. В этом соотношении число St , учитывающее шероховатость поверхности, может быть определено по аналогии с работой [50] для ламинарного режима или [51] для турбулентного режима. Высота шероховатостей определялась в зависимости от состояния влаги на обтекаемой поверхности: в случае капель или ручейков — по высоте движения, в случае пленки — по числу Фруда. Для определения числа St используются эмпирические соотношения, учитывающие шероховатость поверхности. Поэтому вопрос влияния поверхностных неровностей на конвективный теплообмен и уточнение значения коэффициента теплоотдачи является предметом дальнейших исследований.

Теплота кинетического нагрева, порожденная трением воздуха о поверхность обтекаемого тела, называемая аэродинамической теплотой Q_{adh} , образуется внутри пограничного слоя при изменении температуры от T_∞ до средней температуры в пограничном слое, называемой температурой восстановления T_{rec} :

$$Q_{adh} = h_{cv} (T_{rec} - T_\infty) (\Delta b \Delta s) \Delta t_{acc}. \quad (17)$$

Кинетическая теплота Q_{kin} — это энергия, порожденная изменением скорости переохлажденных капель воды, ударяющихся о поверхность:

$$Q_{kin} = \frac{m_{cap} U_d^2}{2}, \quad (18)$$

где U_d — скорость капель воды, определенная из расчета внешнего потока.

В случае подогрева поверхности при работе антиобледенительной системы теплота может быть выражена как

$$Q_{cd} = h_{cd} (T_{rec} - T_s) (\Delta b \Delta s) \Delta t_{acc}, \quad (19)$$

где h_{cd} — коэффициент теплообмена, являющийся производной от нормального термического сопротивления. Он определен как отношение коэффициента теплопроводности льда k_i к эквивалентной толщине δ_k :

$$h_{cd} = k_i / \delta_k. \quad (20)$$

Эквивалентная толщина проводимости δ_k рассчитывается по коэффициенту температуропроводности льда α_i и времени нарастания льда t_{acc} :

$$\delta_k = \sqrt{\pi \alpha_i t_{acc}}. \quad (21)$$

Коэффициенты теплообмена и температуропроводности — это величины, относящиеся к обтекаемому телу в начальный момент времени и ко льду для других приращений по времени.

Лучистой теплотой пренебрегаем, так как для самолета в полете она составляет менее 5% конвективной составляющей в тепловом балансе.

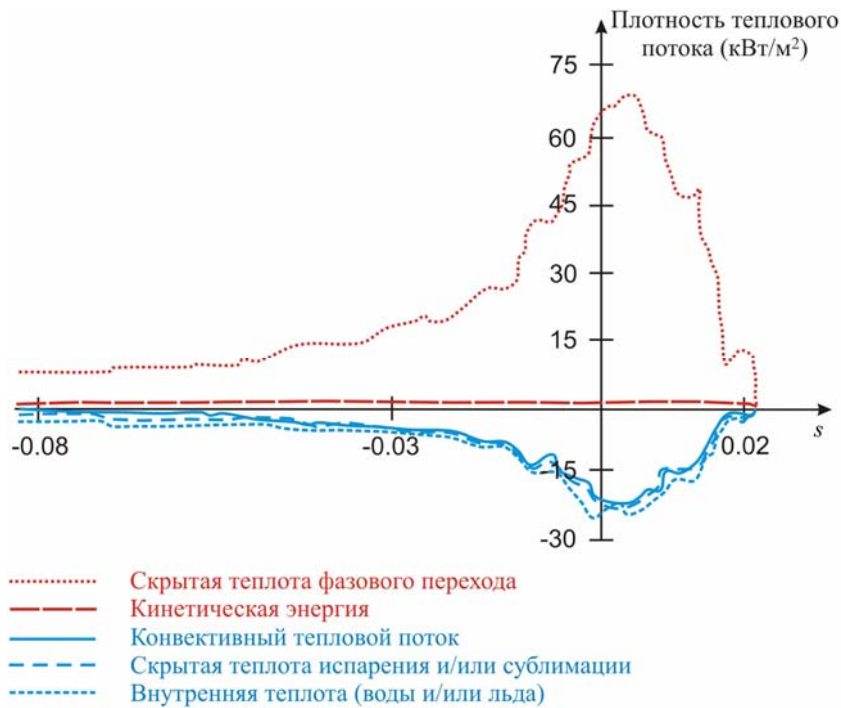


Рис. 6. Соотношение величин тепловых потоков для типичных условий обледенения [52]

Относительный вклад различных величин в тепловом балансе показан на рис. 6 для типичных условий полета при наличии обледенения [52]. Из графика видно, что нагрев в основном происходит за счет выделения скрытой теплоты фазового перехода и охлаждения, главным образом, посредством конвекции, испарения и/или сублимации и внутренней теплоты переохлажденных капелек воды. Безразмерная координата s вдоль обтекаемой поверхности отсчитывается от линии торможения. Необходимо отметить, что внутренняя теплота вносит ощутимый вклад в случае, если температура набегающего потока (т. е. температура переохлажденных капель) достаточно низка (приблизительно $-30\text{ }^{\circ}\text{C}$). Также видно, что коэффициент конвективного теплообмена играет наиболее существенную роль в области точки торможения, поскольку от него зависят конвективный тепловой поток и поток вследствие испарения и сублимации (60% отрицательных величин в тепловом балансе зависят от этого коэффициента).

5.3. ДВИЖЕНИЕ ВОДЫ ПО ОБТЕКАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Для описания движения воды по обтекаемой поверхности использованы три модели [1, 30]: модель капель, ручейков и пленки. В случае влажного и смешанного режимов нарастания льда в области точки торможения поверхность образующегося льда гладкая. Затем, по мере удаления от точки торможения, гладкая поверхность переходит в шероховатую, образованную неровностями в виде капель. На участки поверхности, расположенные вне зоны выпадения капелек, вода попадает растеканием, и неровности образуются ручейками.

Таким образом, модель пленки используется для описания поверхности гладкого льда, модель капель — для участков поверхности в зоне выпадения влаги за точкой перехода гладкой поверхности в шероховатую и модель ручейков — для участков поверхности, находящихся вне зоны выпадения капель после точки перехода. Использованный подход позволяет определить шероховатость поверхности и массу остаточной воды, основываясь на физическом процессе каждого состояния. Точка перехода между пленкой и каплями или ручейками находится сравнением толщины пленки с минимально возможной высотой, которую может иметь пленка, прежде чем поверхностная влага начнет собираться в капли под действием сил поверхностного натяжения [1, 30].

Модель капель описывает общее поведение капель и оценивает их среднее количество, находящееся на элементе поверхности в каждый момент времени. Часть массы жидкой воды пере-

охлажденной капли превращается в лед. Фазовый переход высвобождает скрытую теплоту затвердевания, разогревающую массу оставшейся жидкой воды в противовес, главным образом, потерям теплоты конвекцией и испарением (рис. 7). Эта модель описана в работе [48].

Параметрами, используемыми для описания формы, растекания и характера распределения капель на поверхности обтекаемого тела являются: замерзшая доля, угол контакта и высота капля. Рост поверхностных капель начинается с попаданием первых переохлажденных капель на элемент обтекаемой поверхности (рис. 8). В течение нескольких микросекунд масса первоначального количества выпавшей переохлажденной воды частично замерзает, затем прибывают следующие капли, увеличивая объем капель, находящихся на обтекаемой поверхности и охлаждаемых конвекцией и испарением.

Баланс между потерей теплоты, главным образом, конвекцией и испарением и высвобождающейся в процессе затвердевания скрытой теплотой, обуславливает скорость перемещения фронта фазового перехода. Будем считать, что выпадающий поток влаги поглощается каплей, окруженной сухой поверхностью. При этом капли перестают расти, если их высота становится равной некоторой максимальной высоте, называемой *высотой движения*.

В случае влажного режима нарастания льда при достижении высоты движения одна часть капли будет замерзшей, а вторая, жидкая часть, придет в движение под действием аэродинамических сил. Если объем пространства между каплями будет достаточен, то он частично, либо полностью заполнится жидкостью, если нет, то часть жидкости будет вытекать в следующий примыкающий контрольный объем.



Рис. 7. Схема тепловых потоков при затвердевании капли воды на поверхности тела

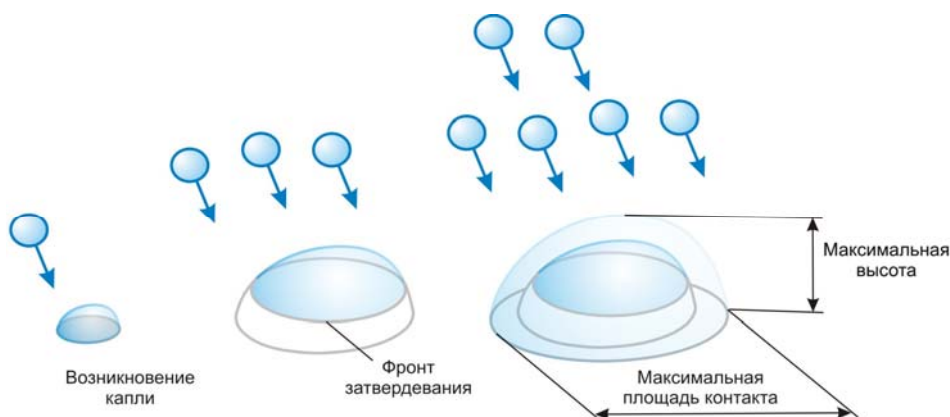


Рис. 8. Схема нарастания капли на обтекаемой поверхности

Случай, когда капля перестает расти, полностью замерзая, соответствует сухому режиму. Маленькие капли осаждаются и, нагромождаясь одна на другую, случайным образом формируют более крупные ледяные образования [1]. Прилетающие новые переохлажденные капельки воды захватываются этими образованиями, которые в свою очередь начинают расти до достижения высоты движения. После чего капли уносятся с вершинок ледяных образований под действием аэродинамических сил, не успев замерзнуть, и попадают в сухие пространства между ледяными образованиями, и процесс роста возобновляется.

В использованной модели высота шероховатостей принимается равной высоте движения.

Масса остаточной жидкой воды. В сухом режиме нарастания считаем, что вся входящая вода превращается в лед, и массой остаточной жидкой воды пренебрегаем. Во влажном режиме, когда частично замороженные поверхностные капли достигнут высоты движения, оставшийся жидкий объем капли будет растекаться под действием аэродинамических сил, при этом часть этого жидкого объема останется запертой в существующих пространствах между частично замороженными каплями, а остаток продолжит растекаться [1]. Распределение между массой остаточной и массой вытекающей в соседний контрольный объем воды зависит от величины объема сухого пространства, задерживающего воду. Когда масса воды, необходимая для заполнения этого сухого пространства m_{adm} больше, чем масса жидкой воды, то масса остаточной воды m_{rmw} равна массе жидкой воды m_w . В противном случае, m_{rmw} равна массе воды, необходимой для заполнения сухого пространства между замерзшими каплями:

$$m_{rmw} = \begin{cases} m_{adm} & m_{adm} < m_w \\ m_w & m_{adm} \geq m_w \end{cases}$$

Масса воды, необходимая для заполнения объема сухого пространства, определяется, обобщая расчет для всех капель, единообразно распределенных по поверхности, считая, что капли достигают высоты движения.

Модель пленки [1, 30]. Жидкость на поверхности обтекаемого тела существует в виде пленки, когда поверхностные капли становятся слишком крупными и силы поверхностного натяжения уже не могут их удерживать. Диффузионные процессы осуществляются только испарением, поскольку жидкая вода полностью покрывает поверхность льда (рис. 9). Предполагается [1, 30, 34], что замерзание осуществляется равномерно, фронт затвердевания начинается на поверхности тела и движется по направлению к поверхности воды; некоторое количество воды, входящей в контрольный объем, замерзает, а остальная вода вытекает в следующий контрольный объем.

Высоту пленки можно определить, зная массу входящей жидкой воды в контрольный объем и среднюю скорость движения пленки. В остальной части пленки скорость определяется интегрированием по закону вязкости Ньютона (см. рис. 8), а именно: скорость в пленке меняется линейно по высоте пограничного слоя в зависимости от величины тангенциального напряжения.

Высота шероховатостей в случае существования пленки воды соответствует высоте волн, образующихся на поверхности пленки [53]. Эта высота может быть выражена в зависимости от толщины пленки воды и числа Фруда.

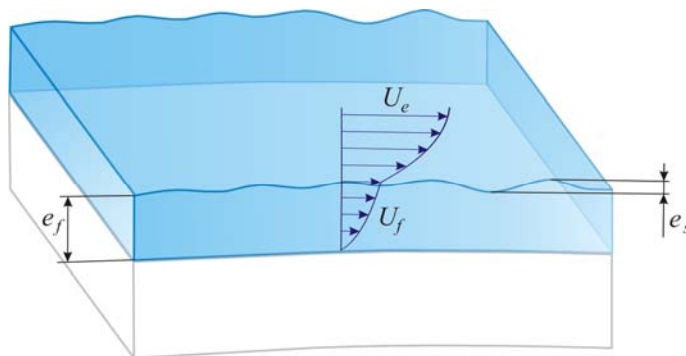


Рис. 9. Контрольный объем пленки воды

Модель ручейков [1, 30] используется, когда толщина пленки оказывается меньше высоты движения и когда рассматриваемая часть обтекаемой поверхности находится вне зоны выпадения переохлажденных капелек, поскольку влага попадает в области вне зоны захвата под воздействием внешнего потока, когда капли сливаются, образуя ручейки.

Высоту ручейков принимают равной высоте капель.

5.4. АЛГОРИТМ РАСЧЕТА НАРАСТАНИЯ ЛЬДА

Баланс массы. Из соотношений (4) — (9) определяется часть массы жидкой воды, вытекающей в соседний контрольный объем m_{rbout} в течение времени Δt_{acc} :

$$m_{\text{rbout}} = (m_{\text{cap}} + m_{\text{rbin}} - m_{\text{evap}} - m_{\text{shw}})(1 - f),$$

а также масса льда, образующегося в течение времени Δt_{acc} и оставшегося в контрольном объеме:

$$m_{\text{rmi}} = (m_{\text{cap}} + m_{\text{rbin}} - m_{\text{sub}} - m_{\text{shi}})f.$$

Тепловой баланс. С учетом уравнений (10) — (21) тепловой баланс имеет вид:

$$L_f m_{\text{ice}} + h_{\text{cv}}(T_{\text{rec}} - T_{\infty}) + \frac{m_{\text{cap}} U_d^2}{2} =$$

$$= -m_{\text{cap}} C_{p_w}(T_d - T_f) + m_{\text{sub}} L_{\text{sub}} + m_{\text{evap}} L_{\text{vap}} - h_{\text{cv}} [f_w r_A + (1 - f_w)](T_{\infty} - T_s) - h_{\text{cd}}(T_{\text{rec}} - T_s).$$

Замерзшая доля. На основе массового и теплового балансов вычисляется замерзшая доля f воды, проходящей через контрольный объем за время Δt_{acc} :

$$f = \frac{-m_{\text{cap}} C_{p_w}(T_d - T_f) + m_{\text{sub}} L_{\text{sub}} + m_{\text{evap}} L_{\text{vap}} - h_{\text{cv}} [f_w r_A + (1 - f_w)](T_{\infty} - T_s)}{L_f (m_{\text{cap}} + m_{\text{rbin}})} +$$

$$+ \frac{-h_{\text{cd}}(T_{\text{rec}} - T_s) - h_{\text{cv}}(T_{\text{rec}} - T_{\infty}) - \frac{m_{\text{cap}} U_d^2}{2}}{L_f (m_{\text{cap}} + m_{\text{rbin}})}.$$

Режим течения. Режим течения воды по поверхности обтекаемого тела определяется значением f (см. таблицу).

Режим		
жидкий, $f = 0$	влажный, $0 < f < 1$	сухой, $f = 1$
Лед не образуется, вода находится только в жидком состоянии, $T_s > 0$	Образуется прозрачный гладкий, стекловидный лед, покрытый слоем воды, $T_s = 0$	Образуется пористый лед белого цвета, без жидкой составляющей, $T_s < 0$

Высота движения e_b . Рассчитываем высоту движения $e_{b\text{max}}$. Предположив, что влага на поверхности существует в виде пленки, определяем толщину такой пленки [1, 30]:

$$e_f = \left(\frac{\mu_w}{\rho_w} \frac{4m_{\text{in}}}{\Delta b \rho_a C_f U_e^2 \Delta t_{\text{acc}}} \right)^{1/2}.$$

Минимальная высота, которую может иметь пленка жидкости, прежде чем жидкость примет форму ручейков или капель, составляет:

$$e_{f \min} = \left(\frac{\theta_c - \sin \theta_c \cos \theta_c}{2 \sin \theta_c} \right)^{1/2} e_{b \max},$$

где θ_c — угол контакта капли.

Сравнивая e_f с $e_{f \min}$, выясняем состояние влаги в каждом контрольном объеме и величину шероховатости поверхности обтекаемого тела e_s :

для капель

$$e_s = e_{b \max},$$

для ручейков

$$e_s = e_r = e_{b \max},$$

для пленки

$$e_s = \frac{3}{2} e_f \left(1 - \frac{8}{9} (1 - Fr^2) - 1 \right)^{1/2} \approx \frac{3}{2} e_f Fr,$$

где Fr — число Фруда.

Возвращаемся к п. 1 с учетом состояния влаги на обтекаемой поверхности и шероховатости поверхности e_s .

Состояние выпавшей влаги (толщина слоя льда h_{ice} , образовавшегося на текущем временном шаге).

Режим				
жидкий		влажный		сухой
$e_f \leq e_{f \min}$	$e_f > e_{f \min}$	$e_f \leq e_{f \min}$	$e_f > e_{f \min}$	$e_{b \max}$ определяет шероховатость поверхности
Капли (в зоне выпадения) Ручейки (вне зоны выпадения)	Пленка $e_f = 2 \sqrt{\frac{\mu_w}{\rho_w} \sqrt{\frac{\dot{m}_{in} \Delta s}{\rho_a C_f U_e^2}}}$	Капли (в зоне выпадения) Ручейки (вне зоны выпадения)	Гладкий лед + пленка $h_{ice} = \frac{\dot{m}_{rmi} \Delta t}{\rho_{ice}}$ $e_f = 2 \sqrt{\frac{\mu_w}{\rho_w} \sqrt{\frac{\dot{m}_{tbout} \Delta s}{\rho_a C_f U_e^2}}}$	Пористый лед $h_{ice} = \frac{\dot{m}_{rmi} \Delta t}{\rho_{ice}}$
<i>Значение скорости на поверхности обтекаемого тела U</i>				
$U = 0$	$U = 2U_f = \frac{1}{2} \frac{\tau_w}{\mu_w} e_f$	$U = 0$	$U = 2U_f = \frac{1}{2} \frac{\tau_w}{\mu_w} e_f$	$U = 0$

Плотность льда ρ_{ice} определяется в зависимости от температуры поверхности T_s . Во влажном режиме температуру поверхности считаем равной $0^\circ C$ и плотность гладкого льда принимаем равной 917 кг/м^3 . В сухом режиме температура поверхности ниже температуры затвердевания, плотность вычисляется по эмпирической формуле, предложенной Laforte и др. [54]:

$$\rho_{ice} = 917 \left(\frac{X}{X + 1.3} \right)^2,$$

где коэффициент Масклин X — размерное число, которое зависит от среднеарифметического диаметра переохлажденных капель воды d_d мкм, скорости невозмущенного потока U_∞ м/с, температур поверхности T_s и затвердевания T_f , К:

$$X = \frac{d_d}{2} \frac{U_\infty}{T_f - T_s}, \quad T_f > T_s.$$

6. РЕАЛИЗАЦИЯ МОДЕЛЕЙ И МЕТОДОВ РАСЧЕТА ОБЛЕДЕНЕНИЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Рассмотренные выше математические модели были реализованы в рамках пакета программ [55—59]. В этих же работах было проведено тестирование численных алгоритмов на задачах, воспроизводящих различные режимы обтекания цилиндра и профиля.

Ниже приводятся результаты расчета обледенения цилиндра и профиля, полученные на основе методики, использующей для расчета потока воздуха и переохлажденных капель воды модель взаимопроникающих сред, при моделировании турбулентности учитывалась модель Болдвина — Ломакса [60]. Для решения исходных уравнений использовался метод контрольных объемов, векторы потоков через грани контрольных объемов вычислялись с помощью схемы Роу [61].

7. ОБЛЕДЕНЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ЦИЛИНДРА

Рассмотрим обтекание цилиндра сжимаемым вязким двухфазным дозвуковым потоком для четырех значений диаметров капель: 20, 40, 100 и 200 мкм.

Коэффициент захвата выпадающей влаги на поверхность обтекаемого тела в зависимости от размеров переохлажденных капель представлен на рис. 10, откуда видно, что с ростом их размеров увеличиваются поток выпадающей влаги и площадь зоны выпадения. Для капель диаметром 20 мкм коэффициент захвата, а также площадь выпадения изменяются значительно, поскольку капли такого диаметра увлекаются внешним потоком и существенно изменяют свою траекторию. Капли, имеющие диаметр 100 и 200 мкм, более инертны и в меньшей степени реагируют на несущую среду, коэффициенты распределения для таких капель незначительно отличаются друг от друга и близки к значениям для случая потока, в котором фазы не взаимодействуют между собой.

Нарастание льда и изменение геометрии. Рассмотрим формирование ледяных наростов на поверхности цилиндра на примере трех расчетных случаев, соответствующих условиям образования рыхлого, смешанного и гладкого льда. Исходными данными являются параметры атмосферы, скорость полета и диаметр цилиндра (давление на бесконечности $p_\infty = 1.01 \cdot 10^5$ Па, водность $LWC = 0.0005$ кг/м³, скорость набегающего потока $V_\infty = 70$ м/с, температура набегающего потока $T_\infty = -20$ °С (сухой режим), -15 °С (смешанный режим), -8 °С (влажный режим), диаметр цилиндра $D = 0.05$ м). Время полета в условиях обледенения принимается равным 16 мин, иллюстрации приведены для 4-й, 8-й, 12-й и 16-й мин.

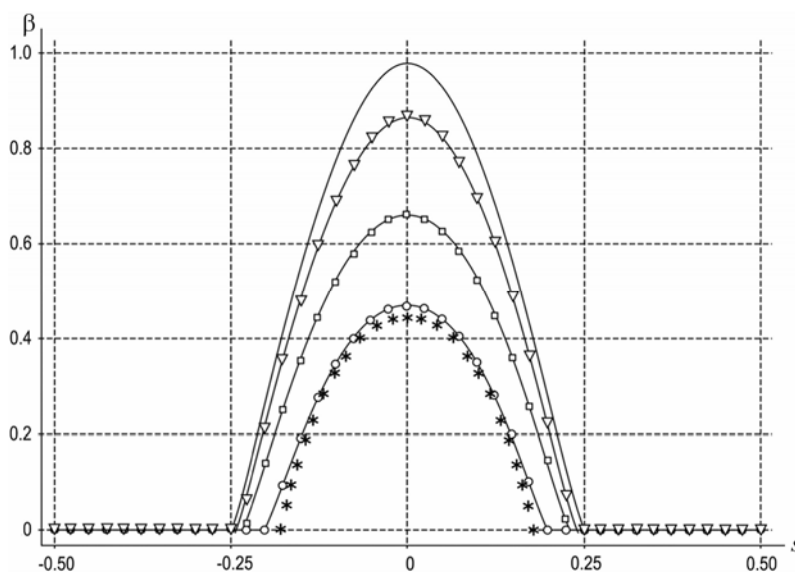


Рис. 10. Коэффициент захвата выпадающей влаги:

расчет: $d_k = 20$ мкм (○), $d_k = 40$ мкм (□), $d_k = 100$ мкм (▽), $d_k = 200$ мкм (—);
известные данные [62]: $d_k = 20$ мкм (*)

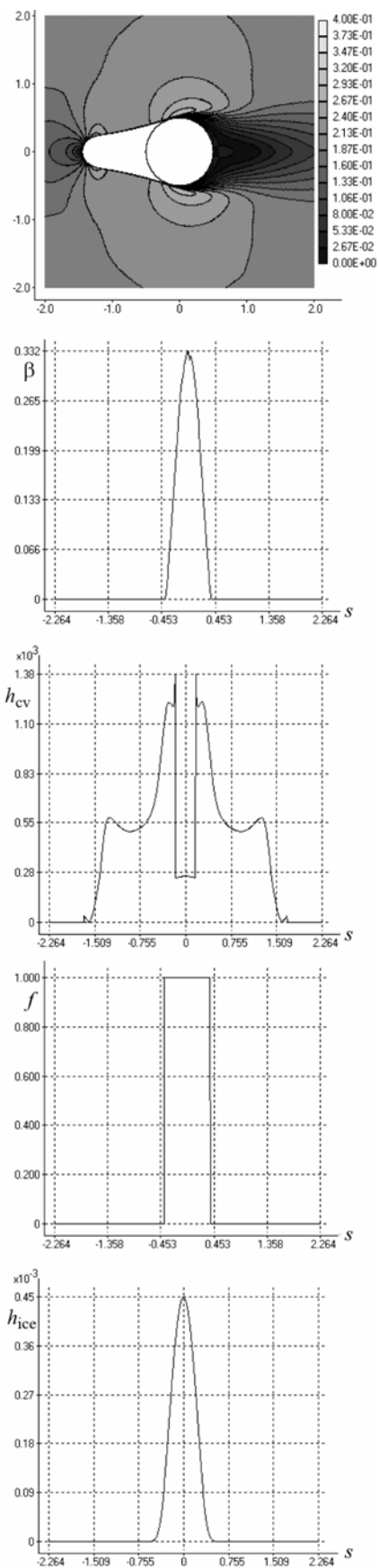


Рис. 11. Образование рыхлого льда на 12-й минуте обледенения поверхности цилиндра (сухой режим нарастания)

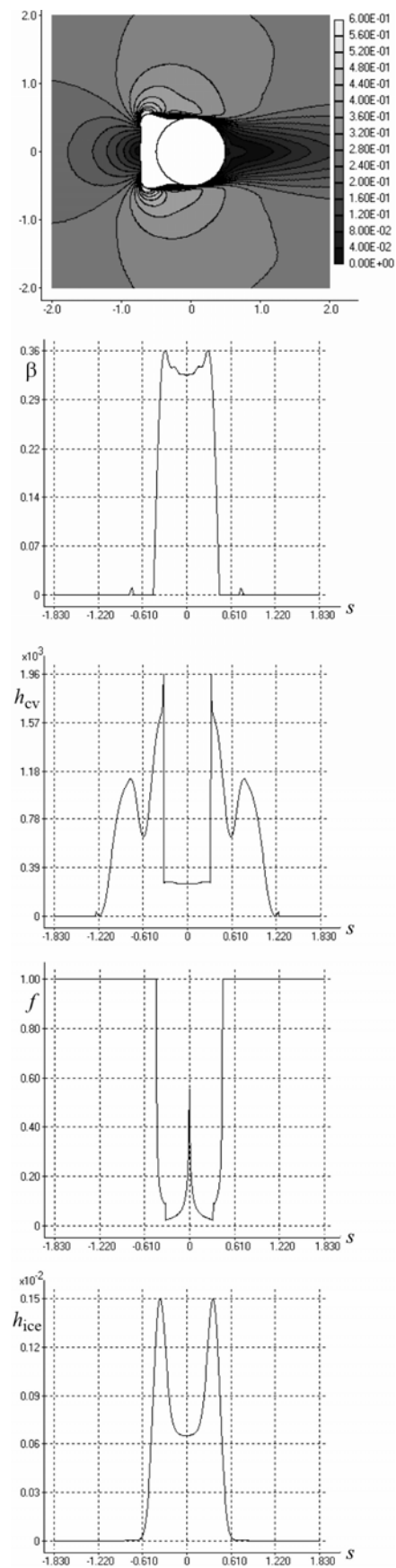
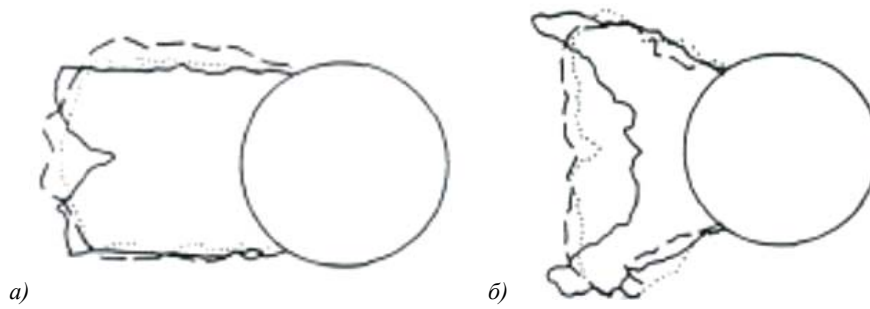


Рис. 12. Образование стекловидного льда на 12-й минуте обледенения поверхности цилиндра (влажный режим нарастания)



Линии	D , см	T_{∞} , °C	V , м/с	d , мкм	LWC , г/м ³	t , мин
Рис. 13, а						
—	5.1	-13	76	28	0.8	18.3
- - -	2.5	-14	61	22	0.8	11.4
· · · · ·	2.5	-14	61	20	0.95	9.5
Рис. 13, б						
—	5.1	-8	94	30	1.3	7.8
- - -	2.5	-11	58	27	1.3	6.3
· · · · ·	2.5	-10	58	23	1.6	5.0

Рис. 13. Формы ледяных наростов на цилиндре, полученные экспериментально [63]:
 а — смешанный лед; б — стекловидный лед

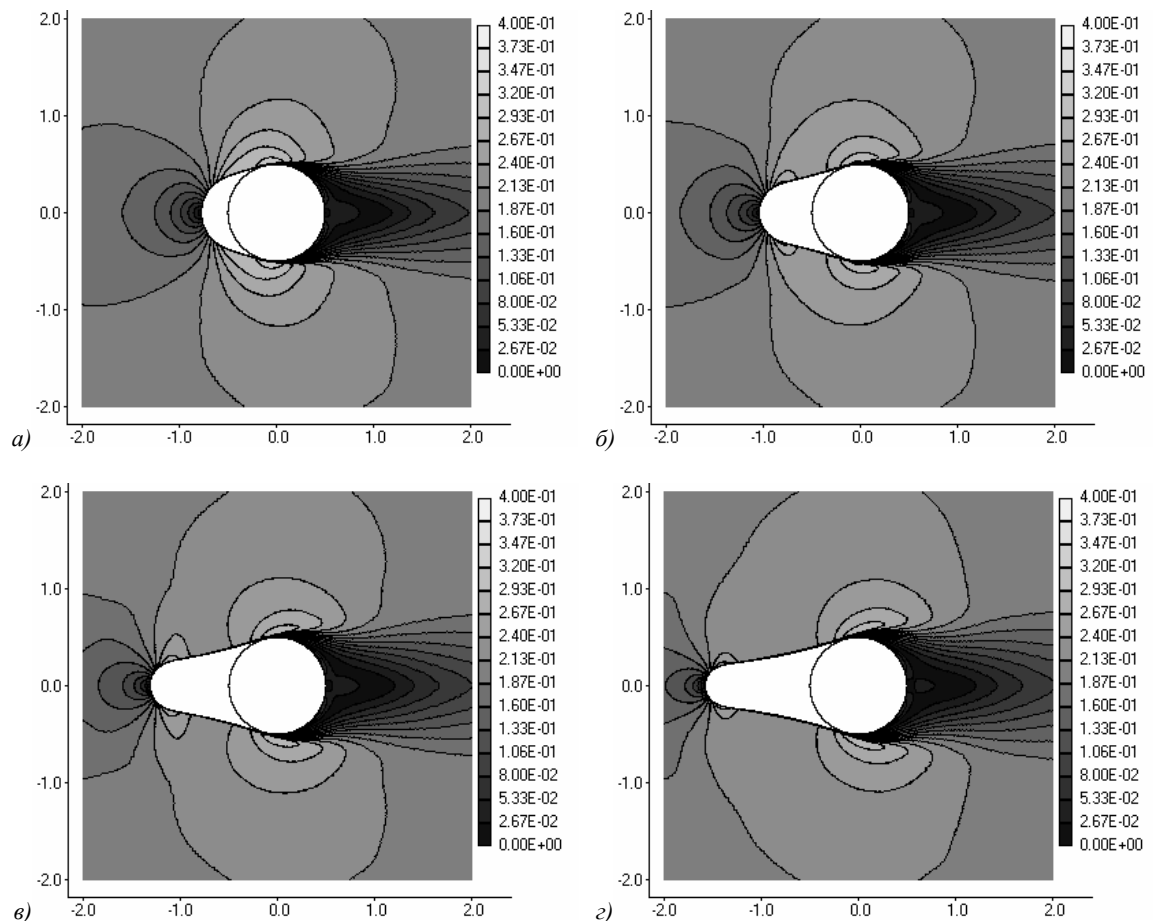


Рис. 14. Формы наростов, распределение чисел Маха вблизи цилиндра для сухого режима обледенения ($T_{\infty} = -20$ °C):

а — 4-я мин; б — 8-я мин; в — 12-я мин; г — 16-я мин

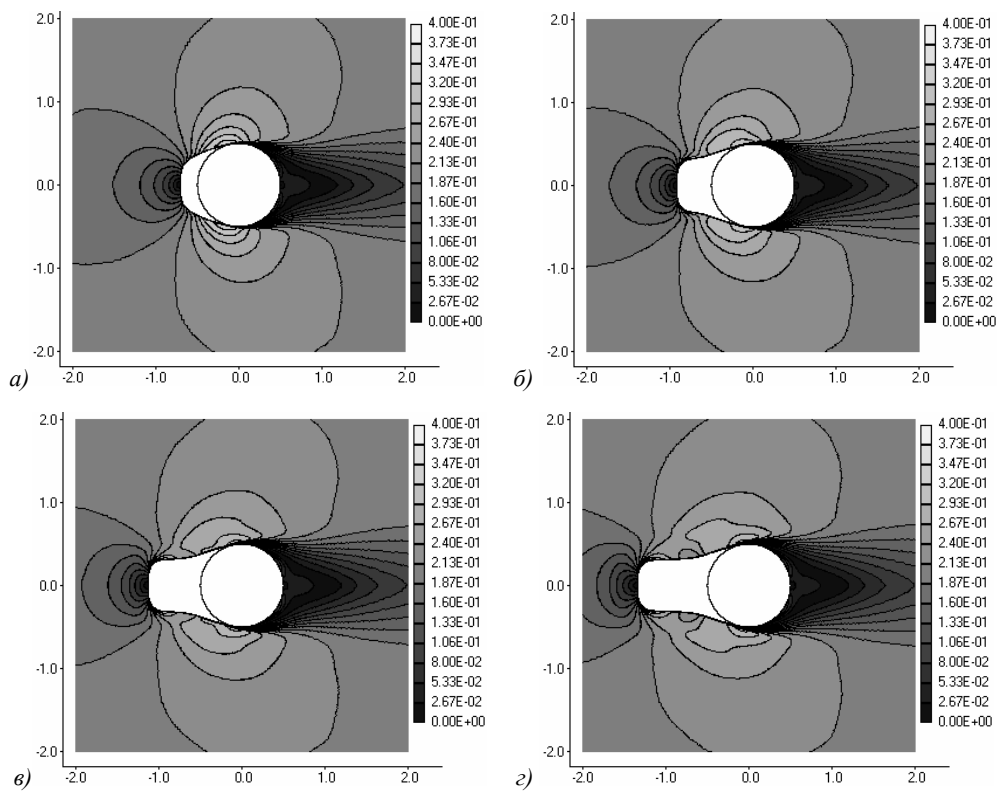


Рис. 15. Формы наростов, распределение чисел Маха вблизи цилиндра для смешанного режима обледенения ($T_{\infty} = -15^{\circ}\text{C}$):

a — 4-я мин; *b* — 8-я мин; *v* — 12-я мин; *z* — 16-я мин

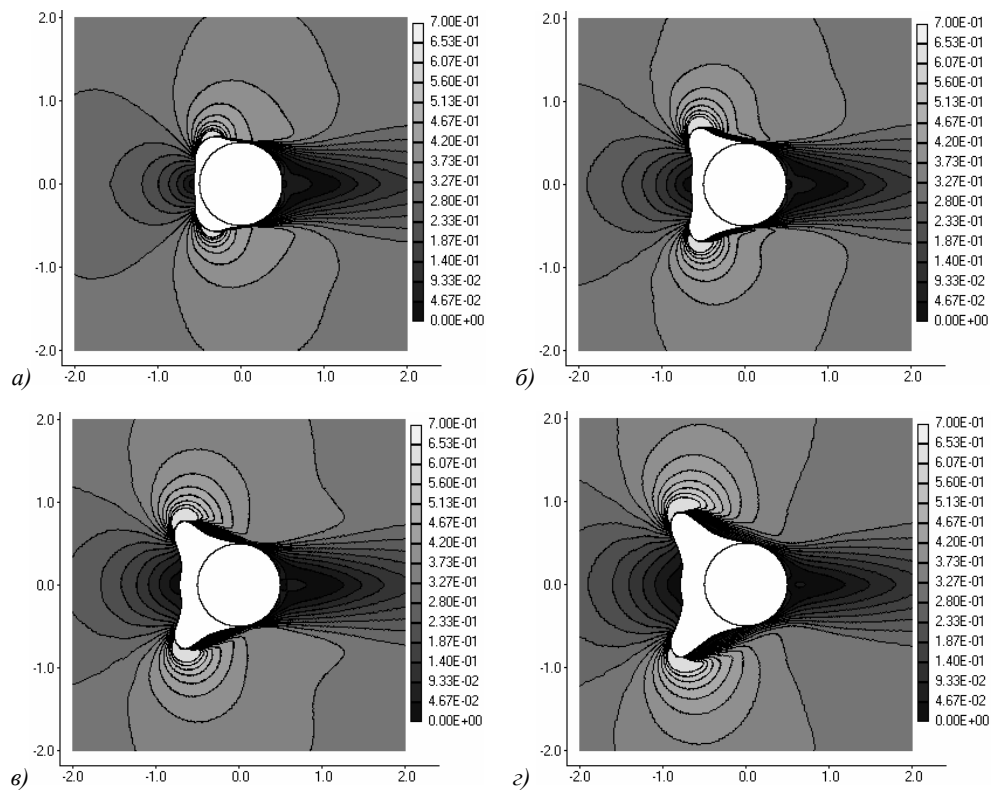


Рис. 16. Формы наростов, распределение чисел Маха вблизи цилиндра для влажного режима обледенения ($T_{\infty} = -8^{\circ}\text{C}$):

a — 4-я мин; *b* — 8-я мин; *v* — 12-я мин; *z* — 16-я мин

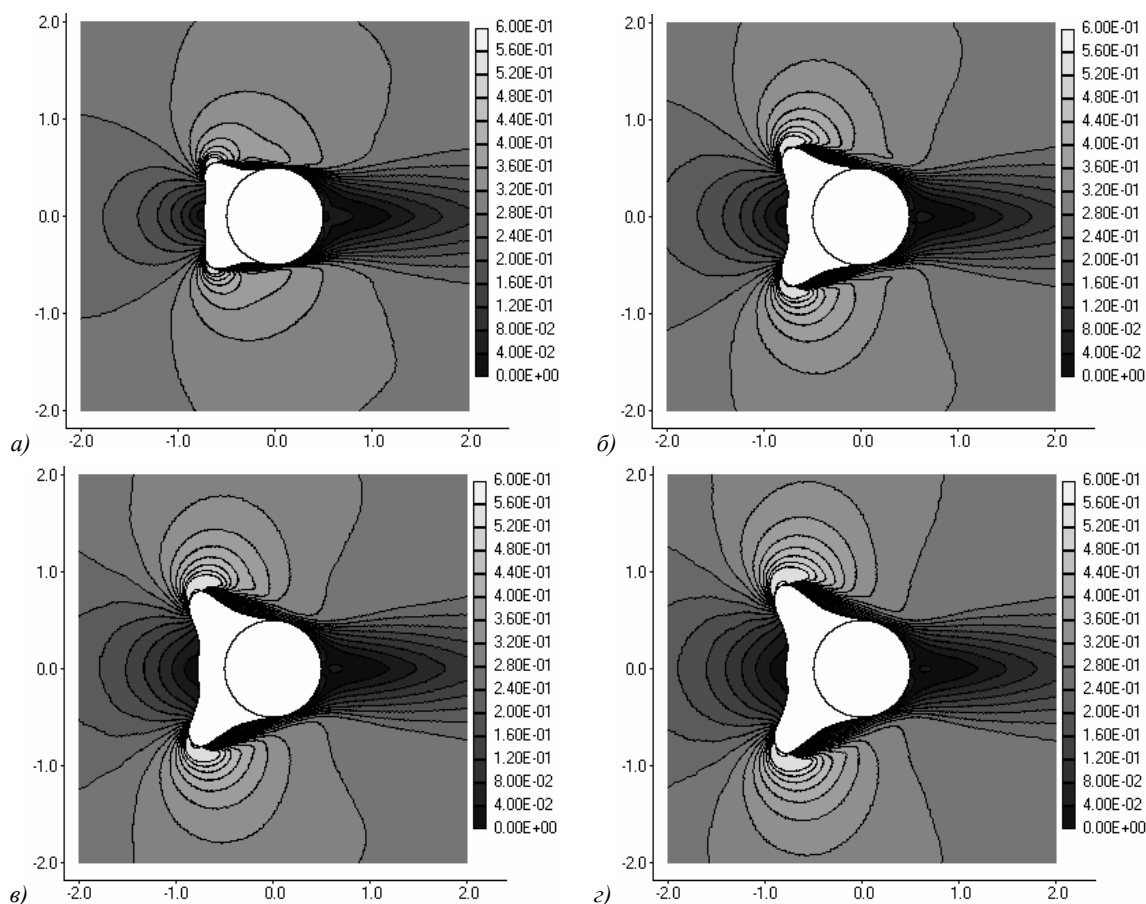


Рис. 17. Формы наростов стекловидного льда на поверхности цилиндра (влажный режим) в зависимости от диаметра переохлажденных капель:

a — $d_k = 20$ мкм; *б* — $d_k = 40$ мкм; *в* — $d_k = 100$ мкм; *г* — $d_k = 200$ мкм

В случае сухого режима нарастания образуется рыхлый лед, замерзшая доля $f = 1$ во всей области выпадения влаги, т. е. все переохлажденные капли воды, попадая на обтекаемую поверхность, замерзают практически сразу. Распределение толщины льда h_{ice} по поверхности соответствует распределению коэффициента захвата β . Пленка воды не образуется и, соответственно, толщина пленки воды $e_f = 0$ по всей обтекаемой поверхности. В результате получают плавные наросты, имеющие хорошо обтекаемую форму (рис. 11).

При более высокой температуре набегающего потока образуется смешанный лед, причем в области точки торможения замерзшая доля $0 < f < 1$, т. е. часть выпадающей жидкости растекается по обтекаемой поверхности, под пленкой воды нарастает стекловидный лед.

По мере удаления от критической точки замерзшая доля f увеличивается и в какой-то момент становится равной единице (в этой области по-прежнему образуется рыхлый лед). Форма наростов в целом также соответствует распределению коэффициента выпадения влаги β , причем в области точки торможения образуются затупление или впадина.

При дальнейшем увеличении температуры реализуется влажный режим нарастания и образуется стекловидный лед. Замерзшая доля f находится в диапазоне $0 < f < 1$ во всей области выпадения влаги. В районе критической точки пограничный слой будет ламинарным и коэффициент конвективного теплообмена h_{cv} относительно небольшим (порядка 100—300 Вт/(м²К)), поэтому толщина водяной пленки в этой области максимальна. По мере удаления от точки торможения скорость потока у поверхности возрастает, скорость движения воды по поверхности увеличивается, толщина пограничного слоя также увеличивается, и в определенной точке пограничный слой станет турбулентным и, соответственно, резко (в несколько раз) увеличится коэффициент конвективного теплообмена h_{cv} .

Это увеличение влечет за собой увеличение замерзшей доли f и уменьшение толщины водяной пленки. При уменьшении толщины пленки до определенной минимальной величины влага на обтекаемой поверхности будет существовать уже в виде капель, что учитывается при описании растекания. В этой области ледяные наросты образуют выступы в виде «рогов». При обтекании этих выступов происходит срыв потока и влага, находящаяся на обтекаемой поверхности в этих местах, вырывается во внешний поток (рис. 12).

На рис. 13 приведены типичные формы ледяных наростов, состоящих из рыхлого, смешанного и стекловидного льда, полученные экспериментально для смешанного и влажного режимов нарастания. С помощью численного моделирования были воспроизведены эти основные формы (рис. 14—16).

Увеличение размеров переохлажденных водяных капель в набегающем потоке приводит к увеличению интенсивности процесса обледенения. Образующиеся гребневидные наросты становятся крупнее и имеют более «выгнутую» форму (рис. 17).

8. ОБЛЕДЕНЕНИЕ ПРОФИЛЯ КРЫЛА НАСА 0012

На рис. 18—20 представлены формы наростов на профиле НАСА 0012, обтекаемом под углами атаки $\alpha = 0$ и 4° двухфазным потоком. Параметры потока принимались следующими: скорость набегающего потока $V_\infty = 130$ м/с, температура набегающего потока $T_\infty = -12.6^\circ\text{C}$, давление на бесконечности $p_\infty = 9.075 \cdot 10^4$ Па, водность $LWC = 0.0005$ кг/м³, диаметр капель $d_k = 20$ мкм, время обледенения $t = 2$ мин (иллюстрации приведены для нулевой, 30-й, 60-й, 90-й и 120-й секунд полета в условиях обледенения). В области точки торможения образуется гладкий лед, покрытый водяной пленкой. По мере удаления вниз по потоку пограничный слой становится турбулентным, коэффициент конвективного теплообмена и замерзшая доля увеличиваются, на ледяной поверхности образуются выступы. В области этих выступов набегающий поток ускоряется до околосвуковых скоростей, возникает срыв потока.

На рис. 20 приведены формы наростов на профиле НАСА 0012, полученные экспериментально [3]. Наблюдается хорошее согласование с полученными формами.

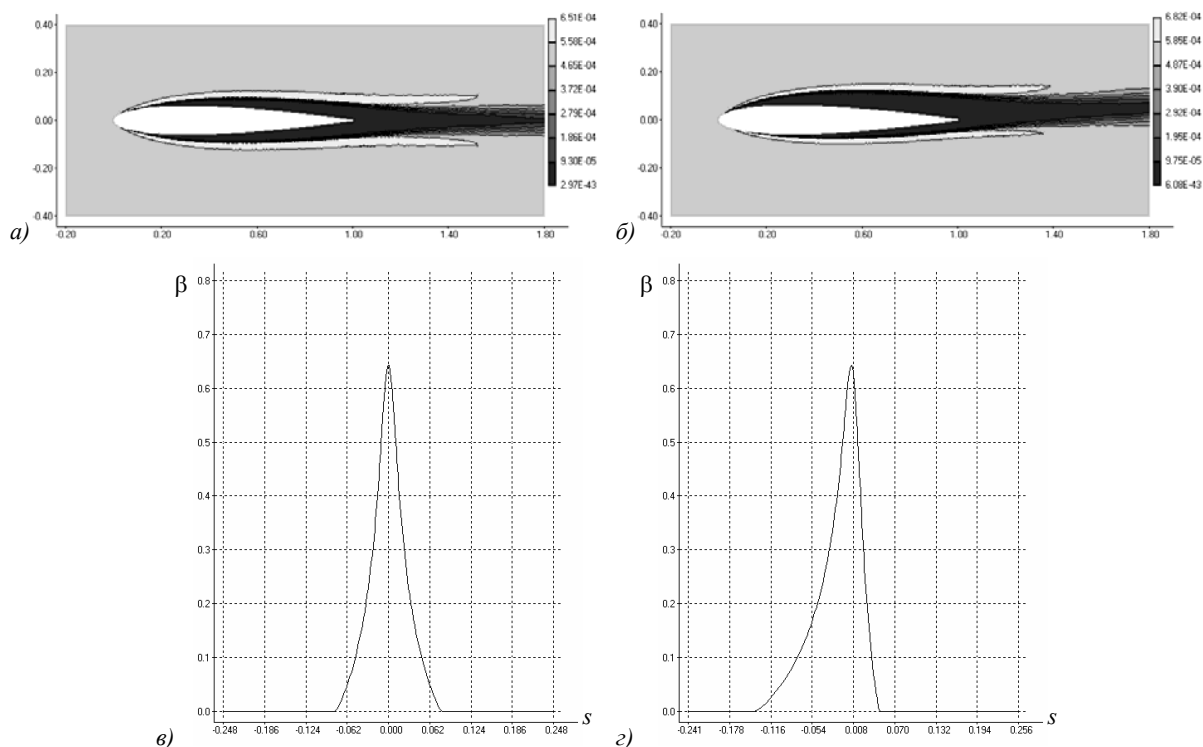
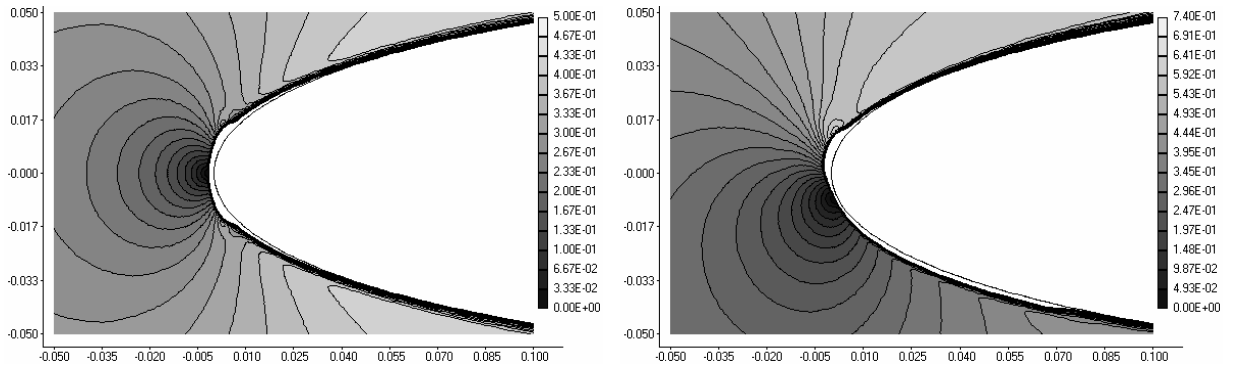
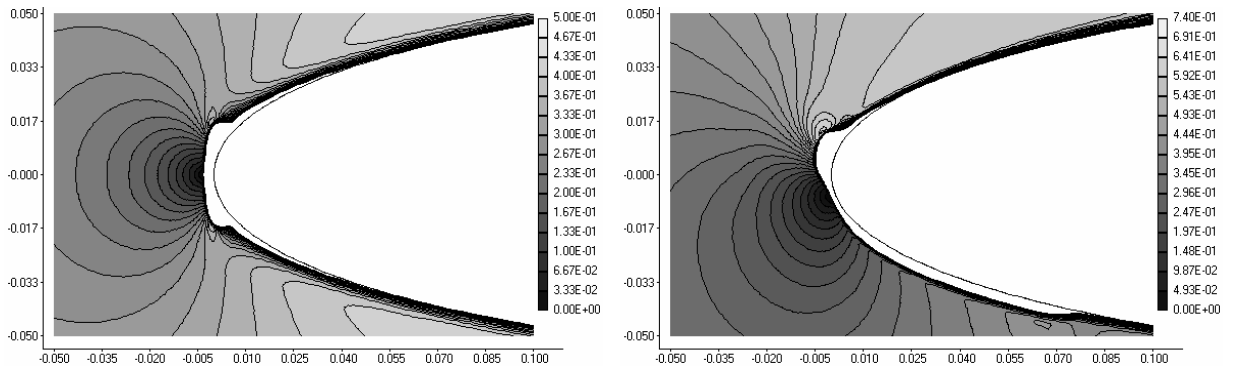


Рис. 18. Обледенение профиля НАСА 0012:

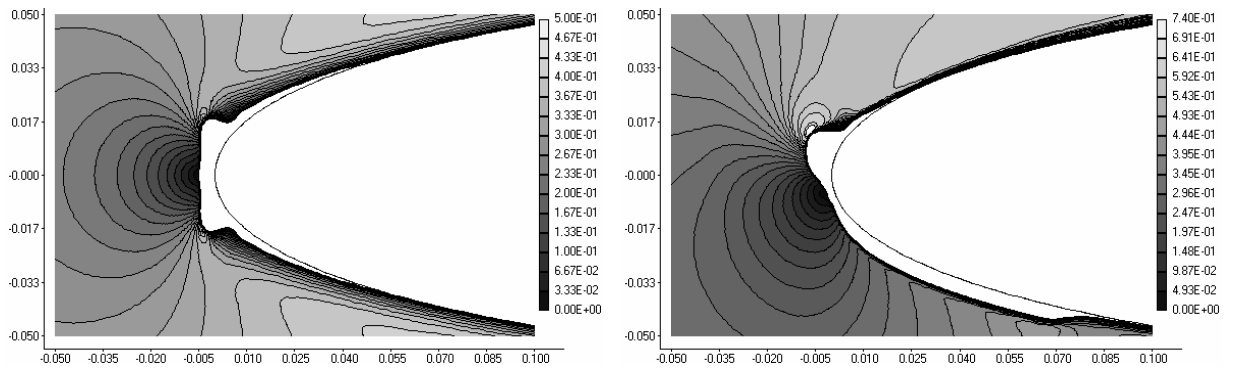
a, b — концентрация жидкой фазы для углов атаки $\alpha = 0$ и 4° ; v, z — коэффициент захвата выпадающей влаги для углов атаки $\alpha = 0$ и 4°



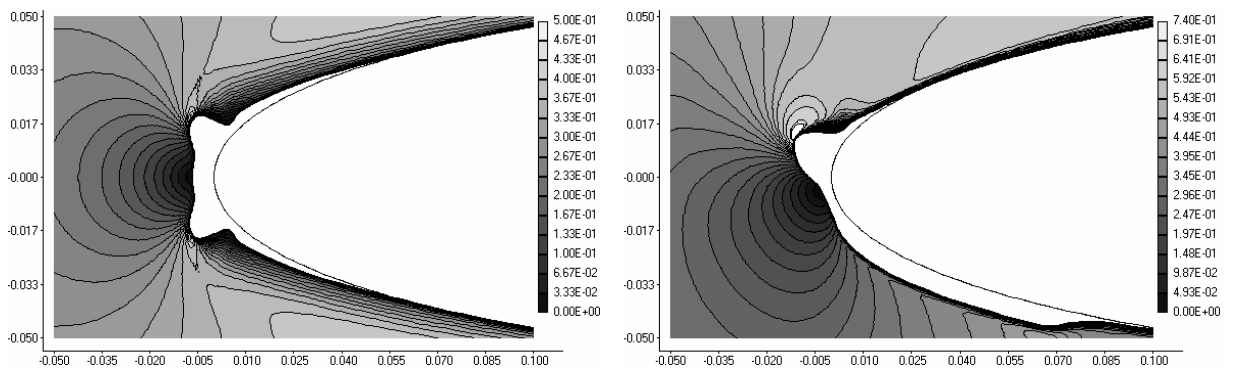
a) $t = 0.5$ мин



б) $t = 1$ мин



в) $t = 1.5$ мин



г) $t = 2$ мин

Рис. 19. Формы наростов, распределение чисел Маха вблизи профиля NASA 0012 для смешанного режима обледенения. Угол атаки $\alpha = 0$ (левая колонка) и $\alpha = 4^\circ$ (правая колонка)

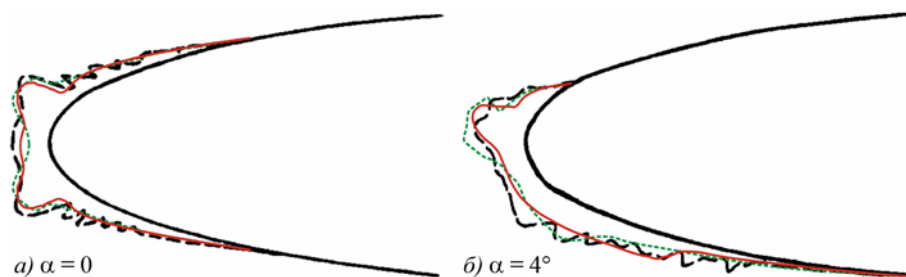


Рис. 20. Формы наростов на профиле NACA 0012 для смешанного режима обледенения:

— расчет настоящей работы; - - - - - расчет по LEWICE 1.6 [13];
 — — — — — экспериментальные данные [13]

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Дан анализ основных физико-математических моделей обледенения аэродинамических поверхностей, метеорологических параметров при обледенении, типов облаков и форм образующейся наледи.

Приведены экспериментальные данные о процессе нарастания льда, проанализированы характерные зоны обледенения и сформулированы основные предположения, принимаемые при описании процесса обледенения. Рассмотрены методики расчета нарастания льда для характерных летных условий. Использована модель, учитывающая состояние влаги на обтекаемой поверхности: капли, ручейки, пленка. Однако использованный подход позволяет определить только шероховатость поверхности и массу остаточной воды, основываясь на физическом процессе каждого состояния, т. е. получить «сглаженную» форму наростов, используя осредненные характеристики процесса нарастания льда без учета микроскопических величин.

Для описания выпадения влаги на обтекаемую поверхность использованы модель взаимопроникающих сред и инерционная модель осаждения капель.

Представлены результаты расчета обледенения цилиндра и профиля при обтекании вязким сжимаемым воздушно-капельным потоком в двумерной постановке с учетом взаимодействия несущей и жидкой фаз, формы существования влаги на профиле, режима нарастания льда, изменения геометрии обтекаемого тела. Получены характерные формы ледяных наростов в сухом, влажном и смешанном режимах обледенения. Показано хорошее согласование с экспериментальными данными; однако обнаружено, что использованный метод не позволяет моделировать характерные микронеровности, а также наросты сложной формы (типа неровности «хвоста лобстера») в областях обледенения при малых углах скольжения капель.

ЛИТЕРАТУРА

1. Fortin G., Laforte J., Beisswenger A. Prediction of Ice Shapes on NACA 0012 2D Airfoil // Anti-Icing Materials International Laboratory, Universite du Quebec a Chicoutimi. 2003. N 01-2154, 7 p.
2. Стасенко А. Л., Толстых А. И., Ширококов Д. А. К моделированию обледенения самолета: динамика капель и поверхность смачивания // Математическое моделирование. 2001. Т. 13, № 6, с. 81—86.
3. Ice accretion simulation // AGARD-AR-344. 1997, 280 p.
4. Мещерякова Т. П. Проектирование систем защиты самолетов и вертолетов. — М.: Машиностроение, 1977, 232 с.
5. Aircraft icing handbook. — 2000, 97 p.
6. Langmuir I., Blodgett K. B. A Mathematical investigation of water droplet trajectories // V. 10 — Program Press 196, Report N RL-224 — 1945, p. 348—355.
7. Ludlam F. H. The heat economy of a rimed cylinder // Quarterly J. of the Royal Meteorological Society / Ludlam F. H. — 1951. V. 77, N 1, p. 663—666.
8. Fraser D., Rush C. K., Baxter D. Thermodynamic limitations of ice accretion instruments // National Aeronautical Establishment (NAE), Laboratory Report LR-32, National Research Council (NRC). — Ottawa, Canada. 1952, 12 p.
9. Messinger B. L. Equilibrium temperature of an unheated icing surface as a function of airspeed // J. of the Aeron. Sciences. — 1953. V. 20, N 1, p. 29—42.
10. Lozowski F. H., Stallabras J. R., Hearty P. F. The icing of an unheated non-rotating cylinder in liquid water droplet-ice crystal clouds // National Research Council (NRC). — Laboratory report LTR-LT-96. 1979, 66 p.

11. Stallabras J. R. Icing flight of a bell HTL-4 helicopter // National Aeronautical Establishment (NAE), Laboratory Report LR-197, National Research Council (NRC). — Ottawa, Canada. 1957, 14 p.
12. Macklin W. C. Accretion in mixed clouds // Quarterly J. of the Royal Meteorological Society / Macklin W. C. 1961. V. 87, N 1, p. 413—424.
13. Wright W. B. Users manual for the Improved NASA lewis ice accretion code LEWICE 1.6 // National Aeronautical and Space Administration (NASA), Contractor Report. — May, 1995, 95 p.
14. Gent R. W. TRAJICE2, a combined water droplet and ice accretion prediction program for aerofoil // Royal Aerospace Establishment (RAE). — Farnborough, Hampshire, Technical Report Number TR90054. 1990, 83 p.
15. Guffond D., Hedde T., Henry R. Overview of icing research at ONERA, Advisory Group for Aerospace Research and Development / Fluid Dynamics Panel (AGARD/FDP) Joint International Conference on Aircraft Flight Safety — Actual Problems of Aircraft Development. — Zhukovsky, Russia, 1993, 7 p.
16. Tran P., Brahimi M. T., Paraschivoiu I. P. A., Tezok F. Ice accretion on aircraft wings with thermodynamic effects // American Institute of Aeronautics and Astronautics, 32nd Aerospace Sciences Meeting & Exhibit. — Reno, Nevada, AIAA Paper. 1994. N 0605, 9 p.
17. Mingione G., Brandi V. Ice accretion prediction on multielements airfoils // J. of Aircraft. 1998. V. 35, N 2, p. 240—246.
18. Dillingh J. E., Hoeijmakers H. W. M. Accumulation of ice accretion on airfoils during flight // Federal Aviation Administration In-flight Icing and Aircraft Ground De-icing, Conference. — Chicago, Illinois. 2003, 13 p.
19. Beaugendre H., Morency F., Habashi W. G. ICE 3D, FENSAP-ICE'S 3D In-Flight Ice Accretion Module // American Institute of Aeronautics and Astronautics, 40th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit. — Reno, Nevada, AIAA Paper. 2002. N 0385, 20 p.
20. Pueyo A., Chocron D., Kafyeke F. Improvements to the ice accretion code CANICE / Proceedings of the 8th Canadian Aeronautics and Space Institute (CASI) // Aerodynamic Symposium. — Toronto, Canada. 2001, 9 p.
21. Cebeci T., Bradshaw P. Physical and computational aspects of convective heat transfer — New York. 1984, p. 165—201.
22. Shin J., Berkowitz B., Chen H., Cebeci T. Prediction of ice shapes and their effect on airfoil performance // American Institute of Aeronautics and Astronautics. 1991. AIAA Paper. N 0264, 20 p.
23. Al-Khalil K. M., Keith T. G. Jr., De Witt K. J., Nathman J. K., Dietrich D. A. Thermal analysis of engine inlet anti-icing systems // American Institute of Aeronautics and Astronautics, 27th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit. — Reno, Nevada, AIAA Paper. 1989. N 0759, 9 p.
24. Al-Khalil K. M., Keith T. G. Jr., De Witt K. J. Further development of an anti-icing runback model // American Institute of Aeronautics and Astronautics, 29th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit. Reno, Nevada. AIAA Paper. 1991. N 0266, 12 p.
25. Shin J., Bond T. Experimental and computational ice shapes and resulting drag increase for a NACA 0012 airfoil // National Aeronautical and Space Administration (NASA), Technical Memorandum. 1992. N 105743, 10 p.
26. Olsen W., Walker E. Experimental evidence for modifying the current physical model for ice accretion on aircraft surfaces // NASA Technical Memorandum. 1986. N 87184, 47 p.
27. Jones K. F. The density of natural ice accretions, fourth international conference on atmospheric icing of structure, E. D. F. 1998. V. 77. N 1, p. 114—118.
28. Shin J. Characteristics of surface roughness associated with leading edge ice accretion // American Institute of Aeronautics and Astronautics, 32nd Aerospace Sciences Meeting & Exhibit. — Reno, Nevada, AIAA Paper. 1994. N 0799, 16 p.
29. Hansman Jr. R. J., Turnock S. R. Investigation of surface water behavior during glaze ice accretion // American Institute of Aeronautics and Astronautics, 26th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit. — Reno, Nevada, AIAA Paper. 1988. N 0015, 10 p.
30. Fortin G., Ilinca A., Laforte J.-L., Brandi V. A new roughness computation method and geometric accretion model for airfoil icing // J. of Aircraft. 2004. V. 41, N 1, p. 119—127.
31. Workman E. Y., Reynolds S. E. Electrical phenomena occurring during the freezing of dilute aqueous solutions and their possible relationship to thunderstorm electricity // Phys. Rev. 1950. V. 78. N 3, p. 254—259.
32. Шибков А. А., Желтов М. А., Королев А. А. Собственное электромагнитное излучение растущего льда // Природа. 2000. № 9, с. 1—11.
33. Маэно Н. Наука о льде. — М.: Мир, 1988, 231 с.
34. Hansman R. J., Yagamuchi K., Berkowitz B., Potapczuk M. G. Modelling of surface roughness effects on glaze ice accretion // J. Thermophysics. 1991. V. 5, p. 54—60.
35. Launiainen J., Лыра М. Icing on a non-rotating cylinder under conditions of high liquid water content in the air: II. Heat transfer and rate of ice growth // J. of Glaciology. 1986. V. 32, N 110, p. 12—19.

36. Рахматулин Х. А. Основы газодинамики взаимопроникающих движений сжимаемых сред // Прикл. мат. и механика. 1956. Вып. 20, № 3, с. 184—195.
37. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. — М.: Наука, 1987. Т. 1, 2, 464 с.
38. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. — М.: Наука, 1986. Т. 6, 736 с.
39. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. — М.: Наука, 1978, 736 с.
40. Мак-Кормак Р. В. Численный метод решения уравнений вязких сжимаемых течений // Аэрокосмическая техника. 1983. Т. 1. № 4, с. 114—123.
41. Стегер Д. Л. Неявный конечно-разностный метод расчета двумерного обтекания тел с произвольной геометрией // Ракетная техника и космонавтика. 1978. Т. 16. № 7, с. 51—60.
42. Дейч М. Е. Техническая газодинамика. — М.: Энергия, 1974, 592 с.
43. Френкель Я. И. Кинетическая теория жидкостей. — Л.: Наука, 1975, 592 с.
44. Dukas S. Numerical calculation of the stream condensing flow // CFD for Turbomachinery Applications. — Gdansk, 2001, K10, 11 p.
45. Liang L., Guojun L., Zhenping F. Numerical simulation of spontaneously condensing flows in a plane turbine cascade // CFD Turbo for Turbomachinery Applications. — Gdansk, 2001, C21, 7 p.
46. Ривкин С. Л., Кременевская Е. А. Уравнение состояния воды и водяного пара для машинных расчетов процессов и оборудования электростанций // Теплоэнергетика. 1977. № 3, с. 69—73.
47. Рекомендательный циркуляр РЦ-АП33.68.33.77. Определение соответствия двигателя требованиям АП-33 по работоспособности в условиях обледенения и при попадании в двигатель льда. — 2003.
48. Louchez P., Fortin G., Mingione G., Brandi V. Beads and rivulets modeling in ice accretion on a wing // 36th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, American Institute of Aeronautics and Astronautics. — Reno, Nevada. 1998, p. 10.
49. Стасенко А. Метастабильные капли и обледенение самолета // Квант. 2005. № 4, с. 8—10.
50. Kreith F., Black W. Z. Basic heat transfer // Harper & Row, Publishers, Inc. New York, 1980, 512 p.
51. White F. M. Viscous fluid flow // Mechanical Engineering. Second Edition, McGraw-Hill, 1991, 614 p.
52. Guffond D., Hedde T. Prediction of ice accretion: comparison between the 2D and 3D codes // La Recherche Aerospaciale. 1994. N 2, p. 103—115.
53. Gerhart P. M., Gross R. J., Hochstein J. I. Fundamentals of fluid mechanics // Second Edition, Addison-Wesley Publishing Company. 1992, p. 845—847.
54. Laforte J.-L., Allaire M. A. Évaluation du givromètre d'Hydro-Québec à différentes intensités de givrage sec et humide // Hydro-Québec, Études et Normalisation Équipement de Transport. — Montréal, Québec, Canada, Rapport HQ-92-02. 1992, p. 2.1—2.5.
55. Приходько А. А., Алексеенко С. В. Численное моделирование обтекания цилиндра трансзвуковым парогозовым потоком // Вісник Дніпропетровського університету. Механіка. 2003. Вип. 7. Т. 1, с. 55—66.
56. Алексеенко С. В. Численное моделирование процессов гидроаэродинамики и тепломассопереноса в областях со свободными границами: Дис. канд. техн. наук. — Днепропетровск, 2012, 173 с.
57. Приходько А. А., Алексеенко С. В. Математическое моделирование процессов тепломассообмена при обледенении аэродинамических профилей // Тепломассообмен-2008. ММФ-VI. Т. 1. — Конвективный тепломассообмен. — Минск: АНК «ИТМО им. А. В. Лыкова» НАНБ. 2008, с. 1—10.
58. Приходько А. А. Компьютерные технологии в аэрогидродинамике и тепломассообмене. — Киев: Наукова думка, 2003, 380 с.
59. Пилипенко А. А., Полевой О. Б., Приходько А. А. Численное моделирование влияния числа Маха и угла атаки на режимы трансзвукового турбулентного обтекания аэродинамических профилей // Ученые записки ЦАГИ. 2012. Т. XLIII, № 1, с. 3—31.
60. Baldwin B., Lomax H. Thin layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows // AIAA Paper. 1978. N 0257, 8 p.
61. Roe P. L. Characteristic-based schemes for the Euler equations // Annual review of fluid mechanics. 1986. V. 18, p. 337—365.
62. Wright W. B. Users manual for the NASA Glenn ice accretion code Lewice version 2.0 // NASA CR-209409 (1999).
63. Anderson D. N. Rime-, mixed- and glaze-ice evaluations of three scaling laws // AIAA 1994, N 0717.